

Akustischer Kohärenzverlust in offenen Windkanälen aufgrund der turbulenten Scherschicht

vorgelegt von
M. Sc.
Daniel Ernst
ORCID: 0000-0001-7920-9162

von der Fakultät V - Verkehrs- und Maschinensysteme
der Technischen Universität Berlin
zur Erlangung des akademischen Grades

Doktor der Ingenieurwissenschaften
- Dr. -Ing. -

genehmigte Dissertation

Promotionsausschuss:

Vorsitzender: Prof. Dr.-Ing. Paul Uwe Thamsen

Gutachter: Prof. Dr.-Ing. Ennes Sarradj

Gutachter: Prof. Dr.-Ing. Jan Delfs

Tag der wissenschaftlichen Aussprache: 12. Juni 2019

Berlin 2020

Danksagung

An erster Stelle möchte ich mich bei meiner Abteilung Experimentelle Verfahren am DLR bedanken. Der offene wissenschaftliche Austausch und die große Bereitschaft zur gegenseitigen Unterstützung haben diese Arbeit ermöglicht.

Im Besonderen danke ich Carsten Spehr für die fachliche Unterstützung, die Korrektur der Entwürfe dieser Arbeit und die immer neue Begeisterung für innovative Ideen.

Prof. Ennes Sarradj möchte ich für die exzellente wissenschaftliche Betreuung und die zahlreichen Hinweise zur Strukturierung dieser Arbeit danken.

Prof. Jan Delfs danke ich für die Bereitschaft, dieser Arbeit als Gutachter zur Verfügung zu stehen und Prof. Paul Uwe Thamsen für die Übernahme des Vorsitzes des Promotionsausschusses.

Lars Koop danke ich für das entgegengebrachte Vertrauen diese Arbeit zu erstellen.

Für die Unterstützung bei den zahlreichen komplexen Messungen, die es nicht immer bis in diese Schrift geschafft haben, möchte ich mich herzlich bei Tobias Kleindienst, Tobias Berkefeld, Carsten Fuchs, Janos Agocs, Eric Nkrumah, Andreas Schröder, Reinhard Geisler, Florian Phillip, Stefan Haxter, Thomas Ahlefeldt und Matteo Novara bedanken.

Thomas Ahlefeldt danke ich für die vielen Hinweise zur Struktur dieser Arbeit und zur wissenschaftlichen Arbeitsweise, welche mir als Vorbild diente. Hans-Georg Raumer danke ich für die aufmerksame Korrektur des Theoriekapitels. Für das angenehme Büroklima, die Abwege zu neuen Ohrwürmern und die Bereitschaft meine strömungstechnischen Fragen zu beantworten, möchte ich mich ganz besonders bei Stefan Haxter bedanken.

Für die kurzfristige Korrektur der Rechtschreibung möchte ich mich bei Inken Ernst und Mirjam Heinrichs bedanken.

Zuletzt danke ich meiner Frau Inken für die Geduld, das Verständnis, das Interesse und das aufmerksame Zuhören während der gesamten Zeit der Promotion.

Göttingen, Dezember 2018

Kurzfassung

Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich mit dem Kohärenzverlust von akustischen Wellen durch eine turbulente Scherschicht. Dieser Kohärenzverlust führt in aeroakustischen Windkanälen dazu, dass die Kohärenzen von Mikrofonpaaren außerhalb der Strömung mit steigendem Abstand, steigender Frequenz und steigender Strömungsgeschwindigkeit absinken. Bei Mikrofonarraymessungen, die mithilfe von Beamforming-Algorithmen ausgewertet werden, wird die Quellstärke folglich unterschätzt.

Ziel dieser Arbeit ist es, diesen Kohärenzverlust messtechnisch zu erfassen, Einflussfaktoren zu identifizieren und eine theoretische Modellierung zur Vorhersage zu entwickeln. Mithilfe dieser Modellierung soll der Quellstärkenverlust beim Beamforming kompensiert werden.

Der Kohärenzverlust wurde in zwei verschiedenen Windkanälen, mit einem in der Strömung angebrachten Lautsprecher, gemessen. Zum einen im DNW-NWB, einem industriellen Windkanal, mit einer Düsengröße von 2,8 m x 3,2 m und zum anderen in einem Modellwindkanal AKG mit einer Düsengröße von 0,4 m x 0,4 m. Der Fokus bei der Messung im DNW-NWB lag dabei auf der akustischen Messung des Kohärenzverlustes mithilfe eines 6 m langen, linearen Arrays, bestehend aus 60 Mikrofonen. Mithilfe einer Hitzdrahtsonde wurden Strömungsprofile der Scherschicht vermessen. Im Modellwindkanal AKG lag der Fokus auf der Messung der Zwei-Punkt-Korrelationen der Strömung in der Scherschicht mittels Stereo-PIV. Unter Anwendung des Selbstähnlichkeitsprinzips wurde aus den mittels Stereo-PIV gemessenen Daten ein generisches Scherschichtmodell für beliebige Zwei-Punkt-Korrelationen erzeugt. Basierend auf dem generischen Scherschichtmodell wurde mithilfe dreier verschiedener theoretischer Ansätze der akustische Kohärenzverlust berechnet. Die größte Übereinstimmung mit den gemessenen Kohärenzverlusten hat die Theorie nach Rytov ohne Markov-Annahme. Innerhalb dieser Theorie, wird basierend auf der parabolischen Näherung der Helmholtz-Gleichung, die akustische Wellenausbreitung auf ein eindimensionales Problem zurückgeführt, welches analytisch lösbar ist.

Es zeigte sich in den Messungen, wie auch in der Theorie, dass die Kohärenz γ^2 sowohl exponentiell quadratisch $\gamma^2 \sim \exp(M^2/\lambda^2)$ mit der Machzahl M als auch mit der akustischen Wellenlänge skaliert. Der Kohärenzverlust mit steigendem Mikrofonabstand wird bis auf wenige dB Abweichung von der Theorie nach Rytov ohne Markov-Annahme vorhergesagt.

Wird der Kohärenzverlust mithilfe der vorgestellten Theorie beim Beamforming ausgeglichen, wird auch der sonst übliche Verlust der Quellstärke bis auf 2 dB Abweichung kompensiert. Ohne Kompensation sinkt die Quellstärke um bis zu 15 dB.

Abstract

The present work deals with the loss of coherence of acoustic waves travelling through a turbulent shear layer. In aeroacoustic wind tunnels this loss of coherence leads to a decrease in the coherence of microphone pairs outside the flow with increasing distance, increasing frequency and increasing flow velocity. For microphone array measurements that are evaluated using beamforming algorithms, the source strength is underestimated. The aim of this work is to measure this loss of coherence, to identify influencing factors and to develop a theoretical model that is capable of the prediction of the coherence loss. With the help of this modeling the source strength loss of beamforming results should be compensated.

The coherence loss was measured in two different wind tunnels with a loudspeaker mounted in the flow. On the one hand in the DNW-NWB, an industrial wind tunnel, with a nozzle size of 2.8 m x 3.2 m and on the other hand in a small wind tunnel AKG with a nozzle size of 0.4 m x 0.4 m. The main focus of the measurement in the DNW-NWB was the acoustic measurement of the loss of coherence using a 6 m linear array consisting of 60 microphones. Using a hot wire probe, flow profiles of the shear layer were measured. In the small wind tunnel AKG, the focus was on the measurement of the two-point correlations of the flow in the shear layer by means of stereo PIV. Using the self-similarity principle, a generic shear layer model for arbitrary two-point correlations was generated from the data measured by stereo PIV. Based on the generic shear layer model, the acoustic coherence loss was calculated using theoretically three different approaches. The greatest agreement with the measured coherence losses is the theory according to Rytov without Markov assumption. Within this theory, based on the parabolic approximation of the Helmholtz equation, the acoustic wave propagation is reduced to a one-dimensional problem that is analytically solvable.

In the measurement, as well as in the theory, the coherence γ^2 was found to be exponentially quadratic $\gamma^2 \sim \exp(M^2/\lambda^2)$ scaled with the mach number M as well as with the acoustic wavelength λ . The loss of coherence with increasing microphone distance is predicted to a few dB deviation from the theory according to Rytov without Markov assumption.

If the loss of coherence is compensated with the help of the presented theory in the beamforming process, the usual loss of the source strength is compensated with a remaining deviation of 2 dB. Without compensation, the source strength drops by up to 15 dB.

Inhaltsverzeichnis

| | | |
|----------|--|-----------|
| 1 | Einleitung | 1 |
| 1.1 | Stand der Forschung | 2 |
| 1.1.1 | Lineare und zeitinvariante Modelle | 2 |
| 1.1.2 | Literatur zur spektralen Verbreiterung | 4 |
| 1.1.3 | Literatur zur Beschreibung der ebenen Scherschicht | 6 |
| 1.1.4 | Kohärenzverlust bei Mikrofonarray-Messungen | 8 |
| 1.2 | Ziele und Aufbau der Arbeit | 10 |
| 2 | Theorie der akustischen Wellenausbreitung in einer turbulenten Strömung | 11 |
| 2.1 | Wellengleichung in Strömungen für hohe Frequenzen | 11 |
| 2.2 | Parabolische Wellengleichung | 14 |
| 2.3 | Modellierung des Kohärenzverlustes | 15 |
| 2.3.1 | Theorie nach Rytov mit Markov-Annahme | 16 |
| 2.3.2 | Theorie nach Rytov ohne Markov-Annahme | 20 |
| 2.3.3 | Theorie nach Born | 24 |
| 3 | Messaufbau und Auswertemethoden | 29 |
| 3.1 | Messaufbau - DNW-NWB - Akustik und Hitzdraht | 29 |
| 3.2 | Messaufbau - AKG - Akustik und PIV | 33 |
| 3.3 | Auswertung | 39 |
| 3.3.1 | Konventionen | 39 |
| 3.3.2 | Kreuzleistungsspektren, Leistungsdichtespektrum und spektrale Kohärenz | 40 |
| 3.3.3 | Zeitlich verschobene Kreuzleistungsspektren | 41 |
| 3.3.4 | Entfernung des Hintergrundgeräusches | 41 |
| 3.3.5 | Beamforming | 42 |
| 4 | Messergebnisse | 45 |
| 4.1 | Messergebnisse - NWB | 45 |
| 4.1.1 | Akustik unter 5 kHz | 46 |
| 4.1.2 | Akustik über 5 kHz | 49 |
| 4.1.3 | Hitzdrahtmessungen | 51 |
| 4.1.4 | Beamforming und der Vergleich mit dem Kohärenzverlust | 53 |
| 4.2 | Messergebnisse - AKG | 58 |
| 4.2.1 | Akustik | 58 |

| | | |
|----------|--|-----------|
| 4.2.2 | Überprüfung der Selbstähnlichkeit der Scherschicht | 60 |
| 4.2.3 | Zwei-Punkt-Korrelation | 62 |
| 5 | Vergleich der Messdaten mit den theoretischen Kohärenzmodellen | 65 |
| 5.1 | Turbulenzmodell auf Basis der PIV-Messdaten | 65 |
| 5.2 | Implementierung der theoretischen Modelle | 67 |
| 5.3 | Vergleich der theoretischen Modelle | 69 |
| 5.4 | Vergleich der Theorien mit der gemessenen Kohärenz im AKG | 72 |
| 5.5 | Vergleich der Theorien mit der gemessenen Kohärenz im DNW-NWB | 77 |
| 5.5.1 | Diskussion FFT-Shift und Blocksize | 78 |
| 5.5.2 | Diskussion: Subtraktion des Hintergrundgeräusches | 79 |
| 5.5.3 | Diskussion: Variation der Strömungsgeschwindigkeit | 80 |
| 5.5.4 | Diskussion: Variation der Frequenz | 80 |
| 5.6 | Korrektur der Beamforming-Ergebnisse mithilfe der Theorie nach Rytov ohne Markov-Annahme | 83 |
| 6 | Fazit, Zusammenfassung und Ausblick | 89 |
| 6.1 | Zusammenfassung und Fazit | 89 |
| 6.2 | Ausblick | 93 |
| | Symbolverzeichnis | 95 |
| | Literaturverzeichnis | 98 |

1 Einleitung

Für eine reproduzierbare, messtechnische Erfassung der Umströmungsgeräusche von Verkehrsmitteln, wie zum Beispiel Autos, Zügen oder Flugzeugen, werden üblicherweise Windkanäle verwendet. Im Gegensatz zu einer Messung unter Realbedingungen haben Windkanäle den Vorteil, dass auch nicht fahr- oder flugbereite Prototypen aeroakustisch untersucht werden können. Zudem sind die Strömungs- und Umweltbedingungen in einem Windkanal sehr gut reproduzierbar. Ein klassischer aeroakustischer Windkanal besteht aus einem reflektionsarmen Raum mit einer Düse auf der einen und einem Kollektor auf der anderen Seite. Eine turbulenzarme Strömung verlässt als Freistrahle die Düse und wird im Kollektor wieder eingefangen, um Rückströmungen zu vermeiden. In der Regel hat die Düse eines solchen Windkanals eine rechteckige oder runde Form. In der Automobilindustrie sind auch halboffene Windkanäle üblich. Hier ist der Boden, auf dem das zu untersuchende Auto steht, akustisch reflektierend. Ein Modell, wie zum Beispiel ein Flugzeug oder Auto, wird in der Kernströmung befestigt. Außerhalb der Strömung werden üblicherweise Mikrofone platziert. Die durch das Modell erzeugten akustischen Quellen strahlen nun Wellenfronten ab, die mit den Mikrofonen erfasst werden. Da außerhalb der Düse die Luft ruht, ergibt sich zwischen der Kernströmung und der ruhenden Luft eine turbulente Strömung, die Scherschicht. Das heißt, die akustische Welle breitet sich in einem aeroakustischen Windkanal durch drei verschiedenen Zonen aus:

1. In der **Kernströmung** wird die akustische Welle konvektiert.
2. An der **Scherschicht** wird die akustische Welle reflektiert, gebrochen und turbulent gestreut.
3. **Außerhalb der Strömung** erfolgt eine Ausbreitung der Welle ohne Störung.

Die Ausbreitungseffekte Konvektion, Reflektion und Brechung werden mit bekannten Verfahren in aeroakustischen Messungen berücksichtigt und korrigiert. Diese Effekte können mithilfe der gemittelten Strömung erklärt werden. Die Strömungsfluktuationen führen jedoch auch zu einer Streuung der akustischen Welle. Da die Strömung zudem turbulent und damit zeitabhängig ist, ist diese Streuung nicht linear. Das heißt, ein einzelner Ton wird zu einem breitbandigen Geräusch. Dieser Effekt wird als spektrale Verbreiterung bezeichnet oder auch *Spectral Broadening* und kann nur dann erklärt werden, wenn sich die Strömung während der Ausbreitung der akustischen Welle ändert.

1 Einleitung

Um eine akustische Quellkarte des zu untersuchenden Modells zu erzeugen, werden Beamforming-Algorithmen angewendet, die das Signal der Mikrofone außerhalb der Strömung auswerten. Die Basis für nahezu alle Beamforming-Algorithmen bilden die spektralen Kreuzkorrelationen zwischen den einzelnen Mikrofonsignalen. Ist die Korrelation nicht linear und zeitunabhängig, sinkt die spektrale Kreuzkorrelation. In der akustischen Quellkarte sind die Ergebnisse folglich zu niedrig. Ein normalisiertes Maß für die Linearität ist die Kohärenz. Bei einer Kohärenz von eins besteht eine lineare, bei einer Kohärenz von null, keine Korrelation. Die Kohärenz wird direkt aus der spektralen Kreuzkorrelation berechnet. Der Kohärenzverlust führt dementsprechend zu falschen Beamforming-Ergebnissen in aeroakustischen Windkanälen. In dieser Arbeit wird der Kohärenzverlust anhand von Messungen und verschiedenen theoretischen Ansätzen untersucht.

Im Folgenden wird zunächst der Stand der Forschung zu den relevanten Themenfeldern zusammengefasst, bevor anschließend die Ziele und der Aufbau dieser Arbeit beschrieben werden.

1.1 Stand der Forschung

An dieser Stelle wird ein Literaturüberblick über die bisherigen Untersuchungen zum Schalldurchgang durch eine Scherschicht gegeben.

Im **ersten** Abschnitt 1.1.1 ist die Literatur zusammengefasst, die die Grundannahme besitzt, dass die Schallausbreitung linear und zeitinvariant erfolgt. Dies beinhaltet im Wesentlichen die Effekte der Konvektion, Schallbrechung und -reflektion an der Scherschicht. Im **zweiten** Abschnitt 1.1.2 wird die Literatur zusammengefasst, die sich mit der Streuung und der spektralen Verbreiterung der akustischen Welle beschäftigt.

Der **dritte** Abschnitt 1.1.3 gibt einen Überblick über die Literatur zur Beschreibung der Strömung in einer ebenen Scherschicht.

Die Effekte in den ersten beiden Abschnitten 1.1.1 und 1.1.2 beziehen sich jeweils auf ein einzelnes Mikrofon außerhalb der Scherschicht. Im Gegensatz hierzu wird im **vierten** Abschnitt 1.1.4 die Literatur zusammengefasst, die den Kohärenzverlust zwischen Mikrofonenpaaren beschreibt.

1.1.1 Lineare und zeitinvariante Modelle

Das auch heute noch sehr verbreitete Modell von Amiet [2] aus dem Jahr 1978 basiert auf der Annahme einer ebenen, unendlich dünnen Scherschicht. Weiterhin wird angenommen, dass eine ebene Welle auf die Scherschicht trifft und die Frequenz dieser Welle sich nicht ändert. Die Theorie nach Amiet [2] liefert einen Reflektionsfaktor, einen Brechungswinkel und eine Korrektur der Strahlaufweitung für die geschilderten Annahmen. Der Reflektionsfaktor und die Korrektur der Strahlaufweitung werden im Folgenden unter dem Stichwort Amplitudenkorrektur zusammengefasst. Für den Fall, dass der Abstrahlwinkel

gesucht wird, der genau die Mikrofonposition außerhalb der Strömung trifft, ergeben sich bei dreidimensionaler Ausbreitung drei Gleichungen mit drei Unbekannten. Diese können nur numerisch gelöst werden.

Schlinder und Amiet [57] verifizierten das Modell selbst mit zahlreichen Windkanalversuchen. Ab 10 kHz fanden sie jedoch große Abweichungen zwischen den berechneten und den gemessenen Amplitudenkorrekturen. Die Autoren erklären dies mit der turbulenten Streuung, die bei höheren Frequenzen zunimmt (siehe nächster Abschnitt). In der Lösung nach Amiet [2] sind alle zeitinvarianten Effekte berücksichtigt: Reflektion, Brechung und Konvektion. Die Lösung von Amiet bietet also sowohl eine Korrektur der Phase, als auch der Amplitude. Kröber [31] beschreibt in seiner Dissertation ausführlich die zugrunde liegenden Gleichungen in kartesischen Koordinaten.

Morfey und Joseph [43] gelang eine Erweiterung dieser Lösung für runde Scherschichtgeometrien.

Für allgemeine, konvexe Scherschichtgeometrien wird in Porteous et. al. [51] eine Schätzung der Ausbreitungszeit angegeben, die mit der Lösung von Amiet im 2D übereinstimmt. Eine Amplitudenkorrektur wird nicht angegeben.

Ahuja [1] verwendete eine Amplitudenkorrektur und eine Schätzung der Ausbreitungszeit mittels geometrischer Akustik. Diese wurde mit experimentell bestimmten Daten verglichen. Die Ausbreitungszeit wich weniger als 1 % und die Amplitudenkorrektur weniger als 1 dB von der vorgestellten Theorie ab. Als Gültigkeitsbereich wird eine obere Frequenz von 10 kHz und ein Abstrahlwinkel von 30° bis 140° angegeben. Wobei 90° einem senkrechten Durchgang der Schallwelle durch die Scherschicht entspricht.

Bahr et. al. [3] benutzten einen gepulsten Laser, um eine Plasma Punktquelle in der Strömung zu erzeugen. Damit war es ihnen möglich, die Ausbreitungszeit zwischen einem Punkt in der Strömung und einem Mikrofon außerhalb der Strömung direkt zu messen. Ein Vergleich mit der Theorie von Amiet [2] zeigte eine gute Übereinstimmung. Aufgrund der hohen Streuung der Messergebnisse konnten keine präzisen Fehlerabschätzungen gemacht werden. Da die Plasmaknalle in der Amplitude stark variierten, konnte keine Verifizierung der Amplitudenkorrektur erfolgen.

Eine Alternative zur Methode nach Amiet [2] ist das akustische Raytracing. Die Gleichungen hierzu sind zum Beispiel in dem Standardwerk von Pierce [48] zu finden. Sarradj [56] und Mueller [42] beschreiben diesen Ansatz direkt für den Einsatz als Scherschichtkorrektur. Der Vorteil des Raytracing besteht darin, dass ein beliebiges mittleres Strömungsfeld angenommen werden kann. Die einzige Voraussetzung ist, dass der örtliche Gradient der Strömung bekannt sein muss oder zumindest angenähert werden kann. Eine Raytracing-Lösung beinhaltet zunächst nur eine Schätzung der Ausbreitungszeit und keine Amplitudenkorrektur. Die Amplitudenkorrektur kann mithilfe einer Strahlaufweitung zusätzlich aus dem Raytracing-Ergebnis erzeugt werden. Eine Reflektion der Welle an der Scherschicht findet jedoch nicht statt.

Um eine Zeit- und eine Amplitudenkorrektur zu erhalten, können die linearisierten Euler-Gleichungen (LEE engl. *linearized Euler equations*) verwendet werden. Diese beschrei-

1 Einleitung

ben die Ausbreitung einer akustischen Welle durch ein beliebiges Strömungsfeld. Dies ist die übliche Vorgehensweise in der numerischen, aeroakustischen Simulation (CAA engl. *Computational Aero Acoustic*). Jiao et. al. [25][24] verwendeten dieses Vorgehen um die Amplitudenkorrekturen der oben beschriebenen Amiet Lösung zu verifizieren. Die verwendete Strömungslösung war das Ergebnis einer Simulation der gemittelten Reynolds-Gleichungen (RANS engl. *Reynolds averaged numerical simulation*). Die Amplitudenabweichungen zur Amiet-Lösung betrugen weniger als 0,2 dB bei $\delta/\lambda \approx 3$, wobei δ die Scherschichtdicke und λ die Wellenlänge bezeichnet.

Koop et. al. [29] verglichen die Phase aus Lösungen von Raytracing und einer LEE Simulation basierend auf dem diskontinuierlichen Galerkin-Verfahren. Für die simulierte Wellenlänge, die sich in der Größenordnung der Scherschichtdicke befand, war die Phasendifferenz vernachlässigbar klein.

Der Nachteil einer CAA Berechnung ist die lange Berechnungsdauer und die Komplexität der zugrunde liegenden Gleichungen.

1.1.2 Literatur zur spektralen Verbreiterung

Zusätzlich zu den linearen Effekten der Brechung, der Reflektion und der Konvektion wird die akustische Welle an den turbulenten Strukturen in der Scherschicht gestreut. Dieser Effekt ist nicht linear und führt dazu, dass eine monofrequente Welle zu einer breitbandigen akustischen Welle wird. Diese spektrale Verbreiterung wird *Spectral Broadening* oder *Haystacking* genannt und ist seit Jahrzehnten Forschungsgegenstand in der Aeroakustik. Die generelle Messanordnung besteht aus einer monofrequenten Quelle innerhalb der Strömung und einem Mikrofon außerhalb der Strömung. Anschließend wird untersucht, wie stark die Amplitude der Quellfrequenz absinkt und bei welcher Frequenz Nebenkeulen im Spektrum der Mikrofone außerhalb der Strömung entstehen.

Candel, Julianne und Guedel [14][13] führten hierzu erste Messungen durch und beschrieben ein einfaches Modell mithilfe der Born-Näherung.

Campos [11] modellierte die spektrale Verbreiterung mit verschiedenen Ansätzen für einzelne Frequenzbereiche. In einer zweiten Veröffentlichung im Jahr 1978 verglich Campos [12] seine theoretischen Ansätze mit den Messdaten von Candel [14].

Schlinder und Amiet [58] führten zahlreiche Messungen durch und führten den sogenannten *scattering factor* $M\delta/\lambda$ ein. Die Messungen wurden für 5, 10 und 15 kHz durchgeführt, bei Strömungsgeschwindigkeiten bis zu Mach 0,3. Sie zeigten unter anderem, dass der Effekt des *Spectral Broadening* stark von der Einfallsrichtung der akustischen Welle auf die Scherschicht abhängt.

Ahuja, Tanna und Tester [1] führten im Jahr 1981 eine umfangreiche experimentelle Studie durch, bei der der Fokus auf der Erfassung der akustischen Brechungseffekte an der Scherschicht lag. In einem Abschnitt über die turbulente Streuung zeigten sie den Einfluss des *Spectral Broadening*-Effektes bis zu Mach 0,25 und Frequenzen bis 30 kHz. Ab Mach 0,2 gaben die Autoren an, dass die Messung der turbulenten Streuung durch das Hintergrundgeräusch des Windkanales überlagert wurde.

Ross [55] führte 1981 Messungen am DNW-LLF durch und kam zu dem Schluss, dass bei Breitbandquellen der Einfluss der turbulenten Streuung bis $U_0 = 80$ m/s auf Terzband-Spektren vernachlässigt werden kann. Bei einer monofrequenten Schallquelle von 40 kHz und einem Abstand von 1,38 m von der Düse wird der Pegelverlust mit 10 dB bei $U_0 = 80$ m/s angegeben. Diese Konfiguration entspricht einem *scattering factor* von $M\delta/\lambda \approx 6$ und widerspricht in der Größenordnung späteren Veröffentlichungen wie Kroeber et. al. [32] und Sijtsma et. al. [62] aus den Jahren 2013 und 2014. Beispielsweise wird in Kroeber et. al. [32] ein Pegelverlust von 20 dB angegeben, bei einer monofrequenten Schallquelle bei 40 kHz, einem Düsenabstand von 1 m und $U_0 = 60$ m/s.

Hardin und Preisser [22] führten Messungen für wesentlich tiefere Frequenzen von 2, 4 und 6 kHz durch. Hierbei zeigten sich Probleme, die Oberschwingungen der Schallquelle von den Effekten durch die Scherschicht zu trennen. Sie gaben an, dass eine Energieerhaltung der akustischen Welle nicht beobachtet wurde und die Effekte des *Spectral Broadening* für die genannten Frequenzen vollständig auf eine Amplituden-Modulation des akustischen Signals in der Scherschicht zurückgeführt werden könnten.

Guedel [21] entwickelte mithilfe der Born- und Fernfeld-Näherung einen geschlossenen Ausdruck für das gestreute Spektrum. Hierfür ist die Kenntnis der räumlich-zeitlichen Strömungskorrelation notwendig. Ist der *scattering-factor* $M\delta/\lambda \leq 1,5$, sind die theoretischen Vorhersagen und Messungen in guter Übereinstimmung. In einem zweiten Teil wendete Guedel die Rytov-Näherung für das Scherschicht-Problem an. Mithilfe dieser Theorie werden die statistischen Eigenschaften der Amplituden- und Phasenfluktuationen beschrieben und stimmen bis zu einem *scattering-factor* von 2 mit den Messungen überein. Im Unterschied zu vorangegangenen Untersuchungen ging bei Guedel [21] der theoretischen Vorhersage eine detaillierte experimentelle Untersuchung der Scherschichtströmung mittels Hitzdrahtsonden voraus.

In aktuelleren Untersuchungen wurde der *Spectral Broadening*-Effekt auch numerisch untersucht.

Ewert et. al. [19] stellten hierbei unter anderem das Experiment von Candel [13] aus dem Jahr 1975 numerisch nach. Die Beschreibung der Strömung erfolgte mithilfe des *Random Particle Mesh* Ansatzes, welcher aus gegebenen RANS - Lösungen zeitlich und räumlich aufgelöste Turbulenzdaten erzeugt. Die generelle Form der spektralen Verbreiterung konnte gut rekonstruiert werden.

McApline, Powles und Tester [36] stellten 2013 ein neues analytisches Modell, basierend auf einer Näherung der Lilley-Gleichung für hohe Frequenzen, vor. Als Turbulenzinformation diente hierbei ein generisches Turbulenzmodell (*Gaussian HIT*). Auch mit diesem Modell konnte die Form der spektralen Verbreiterung rekonstruiert werden. Die Form der Nebennebenkeulen und das Abklingverhalten über der Frequenz wurden jedoch nicht exakt erfasst.

Kroeber, Hellmold und Koop [32] führten das *Spectral-Broadening*-Experiment 2013 erneut durch. Der messtechnische Umfang wurde stark erweitert. Es wurden unterschiedliche Lautsprecheranordnungen verwendet, die Scherschicht wurde mit einem Hitzdraht vermessen und 54 Mikrofone wurden in einer Linie außerhalb der Strömung angeordnet. Es wurden Frequenzen zwischen 2 und 48 kHz gemessen.

Sijtsma et. al. [62] verglich den Effekt des *Spectral Broadening* in vier verschiedenen indus-

1 Einleitung

triellen Windkanälen. Sie stellten ein einfaches Modell für die Abschätzung der gestreuten akustischen Energie vor.

Im Jahr 2016 stellten Bennaceur et. al. [7] die bisher präziseste numerische Nachbildung des *Spectral Broadening*-Effektes vor. Sowohl die turbulente Scherschicht, als auch die akustische Ausbreitung wurde mithilfe einer LES-Simulation berechnet. Es wurden die Experimente von Candel [13] und Kröber [32] numerisch nachgestellt. Die spektrale Verbreiterung konnte bis auf einige dB exakt reproduziert werden.

1.1.3 Literatur zur Beschreibung der ebenen Scherschicht

Eine Beschreibung der Strömungseigenschaften einfacher Scherschichten wurde bereits 1926 von Tollmien [64] hergeleitet. Görtler [20] ergänzte diese Beschreibung der mittleren Strömung im Jahr 1942. Hierbei verwendete Tollmien die erste und Görtler die zweite Mischungsweghypothese von Prantl. Liepmann und Laufer [34] führten 1947 eine detaillierte experimentelle Untersuchung durch und gaben neben Strömungsprofilen auch Korrelationslängen an. Die Reynolds-Zahl $Re_x = U_0 x / \nu$ bezogen auf den Abstand zur Düse x wurde zwischen $Re_x \approx 1 \cdot 10^5$ und $11 \cdot 10^5$ variiert.

Michalke untersuchte in zahlreichen Publikationen [41], [37], [38], [39], [40] die Anregemechanismen und Anfachungsraten der einsetzenden Scherschicht direkt hinter der Düsenkante.

Wyganski und Fiedler [67] untersuchten 1969 eine mittels Tripping-Band angefachte Scherschicht bei Reynolds-Zahlen von $Re_x \approx 1,7 \cdot 10^5$ bis $5 \cdot 10^5$. Als Messmethode wurde eine Hitzdrahtsonde verwendet. In dieser Arbeit finden sich beispielsweise Profile der Turbulenz aller drei Raumrichtungen, der Intermittenz, der Schubspannung als auch der turbulenten Korrelationslängen.

Jones, Planchon und Hammersley [26] untersuchten die Scherschicht zwischen zwei Strömungen mit 30 m/s und 10 m/s ($Re_x \approx 11 \cdot 10^5$). Durch die Verwendung von zwei Hitzdrahtsonden wurde hier der gesamte Korrelationstensor bezüglich Raum und Zeit untersucht.

Brown und Roshko [9] erfassten die Wirbel mittels Schattenbilder in einer Scherschicht von zwei Strömungen mit unterschiedlicher Dichte bei erhöhtem Druck. Sie zeigten, dass die großskaligen Wirbelstrukturen auch bei hohen Reynolds-Zahlen mit konstanter Geschwindigkeit konvektieren, anwachsen und mit benachbarten Wirbeln verschmelzen. Die Messung wurde mit Stickstoff und Helium bei Reynolds-Zahlen bis zu $Re_x \approx 5 \cdot 10^5$ durchgeführt.

Bernal und Roshko [8] untersuchten ebenfalls die ebene Scherschicht von zwei Strömungen mit unterschiedlicher Dichte und erhöhtem Druck. Von der Strömung wurden Schlierenbilder aufgenommen. Sie fanden sowohl zweidimensionale großskalige Strukturen in Richtung der Strömung, als auch senkrecht hierzu.

Bell und Mehta [6] untersuchten die Scherschichtentwicklung zwischen zwei Strömungen mit 15 und 9 m/s mit und ohne Tripping-Band. In beiden Fällen wuchs die Scherschichtdicke linear (jedoch mit Tripping langsamer) mit dem Abstand zur Düse und es entstand

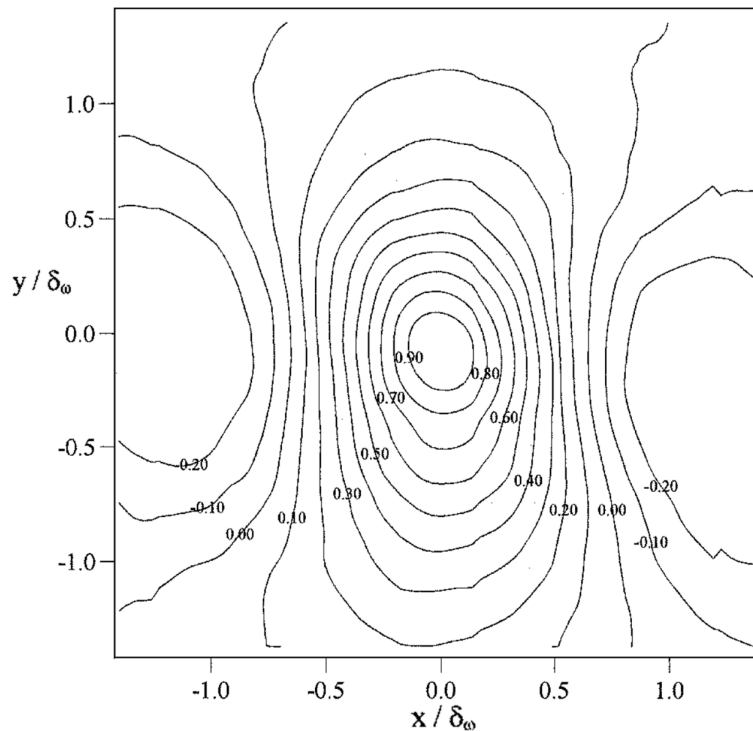


Abbildung 1.1: **Räumliche Korrelation der Strömungsfuktuationen R_{vv} innerhalb der Scherschicht aus Olsen et. al. [46]**

eine selbstähnliche Scherschicht. Mit Tripping waren die Turbulenzintensitäten geringfügig kleiner als ohne.

Rogers und Moser [54] führten bereits 1994 eine DNS-Simulation der selbstähnlichen Scherschicht durch. Sie kamen zu dem Schluss, dass die Strömungsverhältnisse an der Düse auch den Bereich der vollturbulenten Selbstähnlichkeit beeinflussen. Offen blieb für die Autoren die Frage, ob der selbstähnliche Zustand zeitlich temporär oder permanent erhalten bleibt.

Oakley, Loth und Adrian [45] untersuchten die turbulente Scherschicht mithilfe von *Particle Image Velocimetry* (PIV). Sie zeigten erstmals, dass die räumlichen Korrelationen in der Strömung nicht durch eine einfache Korrelationslänge in jede Raumrichtung abgebildet werden kann. Im Gegensatz zu den Ergebnissen von Brown et. al. [9] und Bernal et. al. [8] wurden hierbei keine einfachen zweidimensionalen Strukturen gefunden, sondern komplexere, dreidimensionale Ansammlungen von Wirbeln.

Olsen und Dutton [46] wendeten ebenfalls PIV zur experimentellen Untersuchung der Scherschicht an. Die Reynolds-Zahl betrug hierbei $Re_x \approx 1,8 \cdot 10^5$. Durch den größeren Messbereich im Vergleich zu Oakley et. al. [45] ist die räumliche, zweidimensionale Korrelation bis hin zum benachbarten Wirbel sichtbar (siehe Abbildung 1.1).

Bis auf die Arbeiten von Liepmann et. al. [34] und Wygnanski et. al. [67] beziehen sich

1 Einleitung

alle Arbeiten auf eine Scherschicht zweier Strömungen mit $U_1 \neq 0$ und $U_2 \neq 0$. Da die Eigenschaften der Scherschicht jedoch stark abhängig von dem Verhältnis der Strömungsgeschwindigkeiten U_1/U_2 ist, wird in dieser Arbeit davon ausgegangen, dass die Ergebnisse nicht direkt auf eine freie Scherschicht übertragbar sind.

1.1.4 Kohärenzverlust bei Mikrofonarray-Messungen

In diesem Abschnitt werden die bisherigen Arbeiten zum Thema Kohärenzverlust in einem aeroakustischen Windkanal zusammengestellt.

Ostashev, Blanc-Benon und Juvé [47] beschrieben die Kohärenz zwischen zwei Mikrofonen auf der einen Seite eines turbulenten, rechteckigen Freistrahls. Auf der gegenüberliegenden Seite wurde ein Lautsprecher platziert, der als Schallquelle diente. Den Kohärenzverlust durch die turbulente Strömung beschrieben sie mithilfe von Theorien, die ursprünglich aus dem Bereich der elektromagnetischen Wellenausbreitung in der Atmosphäre stammen. Entwickelt wurde dieser Theoriefkomplex im russischsprachigen Bereich. Die Hauptautoren, beziehungsweise Werke zu diesem Thema, sind in chronologischer Reihenfolge: Chernov [15], Tatarskii [63], Rytov [59] und Ostashev [65]. Ein zentrales Ergebnis in diesem Theoriefkomplex ist die Rytov-Approximation mit Markov-Annahme. Mithilfe zahlreicher vereinfachender Annahmen erlaubt diese Theorie die Beschreibung der Kohärenz zweier Sensoren mittels geschlossenem analytischen Ausdruck. Die erste große Annahme ist, dass eine Beschreibung der Schallausbreitung mithilfe der parabolischen Wellengleichung möglich ist. Als zweites wird die sogenannte Markov-Annahme zugrunde gelegt. Diese besagt, dass in Ausbreitungsrichtung der akustischen Welle keine Korrelation der Strömungsfluktuation vorliegt. In Abschnitt 2.3.1 wird diese Theorie kurz vorgestellt und deren Gültigkeitsbereiche zusammengefasst. Dougherty [17] beschrieb die Verwendung der Theorie nach Rytov mit Markov-Annahme als Korrekturverfahren für aeroakustische Mikrofonarray-Messungen in der offenen sowie der geschlossenen Messstrecke. Eine Anwendung auf weitere Auswertungen im Bereich der Mikrofonarray-Messtechnik, wie zum Beispiel Beamforming-Ergebnisse, fand nicht statt. Zudem wurden synthetische Turbulenzmodelle angenommen. Es wurde lediglich die Amplitudenreduktion durch die turbulente Scherschicht bei hohen Frequenzen für verschiedene Teilarrays ausgewertet, mit zum Teil deutlichen Abweichungen von gemessenen Werten.

Koop, Ehrenfried und Kröber [29] führten das Konzept des *Guide Star* aus der Astronomie ein, um den Kohärenzverlust durch die Scherschicht aktiv auszugleichen. Ein Lautsprecher, der einen Sinuston wiedergibt, wird hierfür in der Strömung platziert. Da der Quellort bekannt ist, kann die Störung der akustischen Phase durch die turbulente Scherschicht zu jedem Zeitpunkt ausgeglichen werden. Die Autoren zeigten, dass mit diesem Verfahren die Kohärenz innerhalb der Oktave um den Sinuston um bis zu 6 dB angehoben werden kann. Lauterbach [33] wendete dieses Verfahren an und beobachtete eine Änderung der Beamforming-Ergebnisse um 1 bis 2 dB. Die Hauptkeule stieg hierbei an und die Nebenkeulen sanken. Es wurde folglich eine Dynamiksteigerung um einige dB erzielt.

Sijsma [61] verwendete das Prinzip des *Guide Star* für eine Messung an einem Flugzeug-

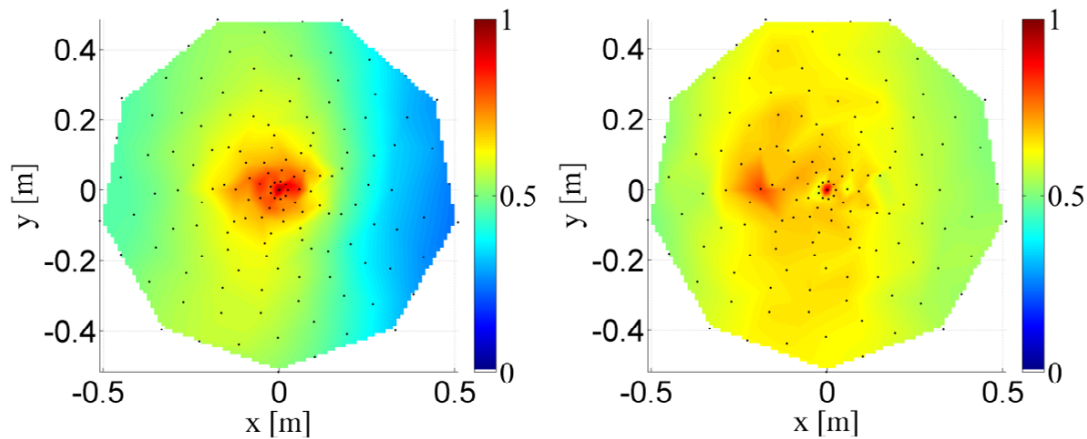


Abbildung 1.2: **Kohärenzverlust bei $U_0 = 35$ m/s und $f = 25$ kHz. Links: Offener Windkanal. Rechts: Geschlossener Windkanal. Abbildung aus Kröber [31]**

Halbmodell. Auch hier zeigte sich eine Verbesserung der Beamforming-Ergebnisse um einige dB.

Pires et. al. [49][50] wendeten die oben beschriebene Theorie nach Rytov mit Markov-Annahme an. Dabei beschrieben sie den Kohärenzabfall zweier Mikrofone in der geschlossenen Messstrecke durch die turbulente Grenzschicht bei Mach 0,15. Es wurde ein Gauß'sches Turbulenzmodell gewählt, dessen Parameter mithilfe einer Hitzdrahtsonde bestimmt wurden. Als Schallquelle diente hierbei ein Lautsprecher. Der Kohärenzverlust konnte im Frequenzbereich von 15 kHz bis 25 kHz gut rekonstruiert werden. Für tiefere Frequenzen zeigten sich große Abweichungen.

Kröber [31] zeigte den messtechnisch erfassten Kohärenzverlust bei Mikrofonarraymessungen im offenen und geschlossenen Windkanal (siehe Abbildung 1.2). Eine weitergehende Analyse der Ergebnisse wurde von Kröber [31] nicht angegeben.

Ernst, Spehr und Berkefeld [18] verwendeten ebenfalls die Theorie nach Rytov mit Markov-Annahme und verglichen diese mit Messungen im offenen Windkanal DNW-NWB. Die Messung in der Veröffentlichung Ernst et. al. [18] wird auch in der vorliegenden Arbeit verwendet und detailliert in Abschnitt 3.1 beschrieben. Auch hier wurde ein Gauß'sches Turbulenzmodell gewählt. Es zeigte sich, dass die Größenordnung des Kohärenzverlustes gut vorhersagbar ist. Eine kleine Änderung der Parameter für das Turbulenzmodell hatte jedoch starken Einfluss auf die Größenordnung des Kohärenzverlustes. Des Weiteren zeigte sich ein genereller Trend, dass je weiter die Mikrofone stromab platziert waren, desto weniger stimmten Theorie und Messung überein.

1.2 Ziele und Aufbau der Arbeit

Das Ziel dieser Arbeit ist die Entwicklung eines Modells, das den Kohärenzverlust zwischen zwei Mikrofonen außerhalb der Scherschicht eines offenen Windkanals beschreibt. Dazu wird ein theoretisches Modell, basierend auf der parabolischen Wellengleichung eingeführt, das die Schallausbreitung in einem turbulenten Medium beschreibt und ohne die Markov-Annahme auskommt. Als Vergleich hierzu wird auch die Theorie nach Rytov, basierend auf der parabolischen Wellengleichung mit Markov-Annahme kurz beschrieben. Beide Theorien basieren auf der Annahme, dass die akustische Wellenlänge kleiner als die integrale Korrelationslänge der Strömung ist. Dies ist insbesondere bei tiefen Frequenzen nicht der Fall. Als dritte Theorie wird die Born'sche Näherung der Lighthill-Gleichung beschrieben. Diese ist in der Literatur auch unter dem Stichwort *scattering cross section* zu finden. In der vorliegenden Arbeit wird diese Theorie so umformuliert, dass eine Korrelation zwischen zwei Mikrofonen berechnet werden kann. Zur Abgrenzung sei an dieser Stelle erwähnt, dass in dieser Arbeit der Effekt der spektralen Verbreiterung (engl. *Spectral Broadening*) durch die Scherschicht explizit **nicht** untersucht wird, sondern ausschließlich der Kohärenzverlust zwischen Mikrofonpaaren im Frequenzbereich.

Die Kohärenz einer Schallwelle, welche sich durch eine turbulente Strömung ausbreitet, ist abhängig von den räumlichen Korrelationen der turbulenten Strömung. Diese räumlichen Korrelationen der Strömung sind als Eingangsdaten für die obigen Theorien zwingend erforderlich und werden in dieser Arbeit in einer ebenen Scherschicht mittels Stereo PIV bestimmt. Mithilfe der Annahme einer selbstähnlichen Scherschicht soll aus diesen gemessenen Daten ein Modell der Zwei-Punkt-Korrelationen entwickelt werden, das auch in anderen Windkanälen verwendet werden kann.

Als Anwendung der obigen Theorien soll die Auswirkung des Kohärenzverlustes auf Beamforming-Ergebnisse untersucht und ein Korrekturansatz entwickelt werden.

Die vorliegende Arbeit gliedert sich nun wie folgt: Im folgenden Kapitel 2 werden die theoretischen Grundlagen dieser Arbeit beschrieben. Dies beinhaltet die Herleitung der parabolischen Wellengleichung, die Beschreibung der Kohärenz mithilfe der Markov-Annahme, die Entwicklung eines Kohärenzmodelles, das ohne die Markov-Annahme auskommt und die Born'sche Näherung der Lighthill-Gleichung.

Anschließend werden der Messaufbau zur experimentellen Bestimmung des Kohärenzverlustes im offenen Windkanal, der Messaufbau zur Messung der räumlichen Korrelationen der turbulenten Scherschicht mittels Stereo-PIV und die Auswertemethoden der Messdaten in Kapitel 3 beschrieben.

Die Ergebnisse der unterschiedlichen Messtechniken werden im darauffolgenden Kapitel 4 dargestellt.

Im anschließenden Kapitel 5 wird der gemessene Kohärenzverlust mit den theoretischen Modellen verglichen und die Auswirkungen auf die Beamforming-Ergebnisse gezeigt.

2 Theorie der akustischen Wellenausbreitung in einer turbulenten Strömung

In diesem Kapitel werden alle für diese Arbeit relevanten Theorien beschrieben. Ziel ist es, einen geschlossenen Ausdruck für die Korrelation des Schalldruckes $\langle p(\mathbf{x}_1)p(\mathbf{x}_2)^* \rangle$ an zwei verschiedenen Orten $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2$ zu erhalten. Dieser soll nur von den Strömungskorrelationen $\langle v_i(\mathbf{y}_1)v_j(\mathbf{y}_2) \rangle$ abhängen. Dazu wird im ersten Abschnitt 2.1 eine Wellengleichung in Strömungen für hohe Frequenzen hergeleitet. Da die vorliegende Arbeit sich ausschließlich mit der turbulenten Streuung der akustischen Welle befasst, wird die Konvektion im Folgenden komplett vernachlässigt. Im zweiten Abschnitt 2.2 wird die parabolische Näherung der Wellengleichung beschrieben. Der letzte Abschnitt 2.3 beinhaltet schließlich drei verschiedene Näherungen für die Korrelation des Schalldruckes.

2.1 Wellengleichung in Strömungen für hohe Frequenzen

Die Theorie dieses Abschnittes ist angelehnt an das Buch von Ostashev [65] sowie an das Vorlesungsskript von Delfs [16]. Die jeweilige Seitenzahl und Formelnummer wird an den entsprechenden Stellen angegeben.

Ausgangspunkt sind die Euler-Gleichungen für ein ideales Gas ohne externe Quellen. Dazu wurde sowohl die Wärmeleitung, als auch die viskose Reibung in den Navier-Stokes-Gleichungen vernachlässigt (siehe Delfs [16], Seite 17, Gleichung 48 und 49).

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \right) \rho + \rho \nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad (2.1)$$

$$\rho \left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \right) \mathbf{v} + \nabla P = 0 \quad (2.2)$$

2 Theorie der akustischen Wellenausbreitung in einer turbulenten Strömung

$$\rho \left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla \right) P + \gamma_{\text{iso}} P \nabla \cdot \mathbf{V} = 0 \quad (2.3)$$

Diese fünf Gleichungen beinhalten die fünf Unbekannten: Druck $P \in \mathbb{R}$, Dichte $\rho \in \mathbb{R}$ und Geschwindigkeit $\mathbf{V} \in \mathbb{R}^3$. Der Isentropenexponent γ_{iso} kann für Luft als konstant 1,4 angenommen werden.

Im nächsten Schritt werden die Navier-Stokes-Gleichungen linearisiert. Da die akustischen Werte ($\hat{\mathbf{w}}$, \hat{p} , ϱ) um mehrere Größenordnungen kleiner sind als die der Strömung ohne Akustik (\mathbf{v} , p_0 , ρ_0) erfolgt die Linearisierung um die Werte des Druckes p_0 , der Geschwindigkeit \mathbf{v} und der Dichte ρ_0 .

$$P = p_0 + \hat{p} \quad (2.4)$$

$$\mathbf{V} = \mathbf{v} + \hat{\mathbf{w}} \quad (2.5)$$

$$\rho = \rho_0 + \varrho \quad (2.6)$$

Diese Gleichungen werden linearisierte Euler-Gleichungen (LEE) genannt und bilden die Basis für Ausbreitungsrechnungen von akustischen Wellen in bekannter Strömung \mathbf{v} (siehe Delfs [16], Seite 18, Gleichung 54 bis 56):

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \right) \varrho + \hat{\mathbf{w}} \cdot \nabla \rho_0 + \rho_0 \nabla \cdot \hat{\mathbf{w}} + \varrho \nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad (2.7)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \right) \hat{\mathbf{w}} + \hat{\mathbf{w}} \cdot \nabla \mathbf{v} + \frac{\nabla \hat{p}}{\rho_0} - \frac{\varrho \nabla p_0}{\rho_0^2} = 0 \quad (2.8)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \right) \hat{p} + \hat{\mathbf{w}} \cdot \nabla p_0 + \gamma_{\text{iso}} p_0 \nabla \cdot \hat{\mathbf{w}} + \gamma_{\text{iso}} \hat{p} \nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad (2.9)$$

Alle Größen in dieser Gleichung sind von Ort und Zeit abhängig. Wird die zugrundeliegende Strömung als inkompressibel angesehen, folgt aus der Kontinuitätsgleichung, dass $\nabla \cdot \mathbf{v} = \text{div}(\mathbf{v}) = 0$ und bei zusätzlich konstanter Temperatur $p_0 = \text{const}$. Die Druckänderungen

$$\nabla \left(\frac{p_0}{\rho_\infty} \right) = -\gamma_{\text{iso}} \left(\frac{p_0}{\rho_\infty} \right) \left(\frac{\mathbf{v}}{c} \right) \cdot \nabla \left(\frac{\mathbf{v}}{c} \right) \quad (2.10)$$

sind in der Größenordnung v^2/c^2 und können ebenfalls für Machzahlen kleiner 0,3 vernachlässigt werden. Gleichung 2.8 und 2.9 reduzieren sich somit zu,

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \right) \hat{\mathbf{w}} + \hat{\mathbf{w}} \cdot \nabla \mathbf{v} + \frac{\nabla \hat{p}}{\rho_0} = 0 \quad (2.11)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \right) \hat{p} + \rho_0 c^2 \nabla \cdot \hat{\mathbf{w}} = 0 \quad (2.12)$$

2.1 Wellengleichung in Strömungen für hohe Frequenzen

wobei mit $c^2 = \frac{\gamma_{iso} p_0}{\rho_0}$ die Schallgeschwindigkeit eingeführt wird. Im Weiteren wird angenommen, dass die Schallgeschwindigkeit nicht durch die Strömung beeinflusst wird und somit konstant ist. Durch Anwendung des Operators $\nabla \cdot = \text{div}$ auf Gleichung 2.11 und des Operators

$$\frac{D}{Dt} = \left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \right) \quad (2.13)$$

auf Gleichung 2.12, können die beiden Gleichungen subtrahiert und zusammengefasst werden (siehe Ostashev [65], Seite 48 bis 49, Gleichung 2.84).

$$\underbrace{\left(\nabla \frac{D}{Dt} - \frac{D}{Dt} \nabla \right) \cdot \hat{\mathbf{w}}}_{= \frac{\partial v_i}{\partial x_j} \frac{\partial \hat{w}_j}{\partial x_i}} - \frac{1}{\rho_0 c^2} \frac{D^2 \hat{p}}{Dt^2} + \underbrace{\nabla \cdot ((\hat{\mathbf{w}} \cdot \nabla) \mathbf{v})}_{= \frac{\partial v_i}{\partial x_j} \frac{\partial \hat{w}_j}{\partial x_i}} + \frac{\nabla^2 \hat{p}}{\rho_0} = 0 \quad (2.14)$$

$$\Leftrightarrow 2 \frac{\partial v_i}{\partial x_j} \frac{\partial \hat{w}_j}{\partial x_i} - \frac{1}{\rho_0 c^2} \frac{D^2 \hat{p}}{Dt^2} + \frac{\nabla^2 \hat{p}}{\rho_0} = 0 \quad (2.15)$$

$$\Leftrightarrow 2 \rho_0 \frac{\partial v_i}{\partial x_j} \frac{\partial \hat{w}_j}{\partial x_i} - \frac{1}{c^2} \left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} + 2 \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{v} \cdot \nabla + (\mathbf{v} \cdot \nabla)^2 \right) \hat{p} + \nabla^2 \hat{p} = 0 \quad (2.16)$$

Gleichung 2.16 und 2.11 werden nun in den Frequenzbereich transformiert.

$$2 \rho_0 \frac{\partial v_i}{\partial x_j} \frac{\partial}{\partial x_i} \left(- \frac{(\nabla p)}{j\omega} \right)_j \rho_0 - \mathbf{v} \cdot \nabla w_j - \mathbf{w} \cdot \nabla v_j \left(\frac{1}{-j\omega} - \left(- \frac{\omega^2}{c^2} - \frac{2j\omega}{c^2} \mathbf{v} \cdot \nabla + \frac{(\mathbf{v} \cdot \nabla)^2}{c^2} \right) p + \nabla^2 p = 0 \right. \quad (2.17)$$

Unter der Annahme, dass die Frequenz ω hoch genug ist, kann der Term proportional zu $\frac{1}{j\omega}$ in Gleichung 2.17 vernachlässigt werden. Dieser Schritt stellt eine starke Vereinfachung dar. Eine einfache Abschätzung, ab welcher Frequenz diese Vereinfachung gültig ist, kann leider nicht angegeben werden. In Ostashev [65] (Seite 54) wird als Voraussetzung $\lambda \ll \Lambda$ angegeben, wobei Λ die charakteristische Größenordnung des Strömungsfeldes \mathbf{v} ist. Damit ergibt sich die Helmholtz-Gleichung für hohe Frequenzen in einem Strömungsfeld \mathbf{v} zu (siehe Ostashev [65] Seite 54, Gleichung 2.100)

$$\left(k^2 + 2j \frac{k}{c} \mathbf{v} \cdot \nabla - \underbrace{\frac{(\mathbf{v} \cdot \nabla)^2}{c^2}}_{\approx 0} + \Delta \right) p = 0 \quad (2.18)$$

Diese stellt die konvektive Wellengleichung im Frequenzbereich dar. Der Term $\frac{(\mathbf{v} \cdot \nabla)^2}{c^2}$ ist in der Größenordnung v^2/c^2 und wird für kleine Machzahlen unter 0,3 ebenfalls vernachlässigt.

2.2 Parabolische Wellengleichung

Die im letzten Abschnitt hergeleitete elliptische Helmholtz-Gleichung wird in diesem Abschnitt in eine parabolische Version überführt. Dies ist der erste Schritt bei einer Rytov-Approximation zur Lösung des Streuproblems. Es wird angenommen, dass sich das Schallfeld aus einer ebenen Welle in x -Richtung und einer Amplitudenfunktion A zusammensetzt (siehe Ostashev [65], Seite 55, Gleichung 2.104).

$$p(x, y, z, \omega) = A(x, y, z, \omega) e^{jkx} \quad (2.19)$$

Dieser Ansatz, der durch die beliebige Wahl von A zunächst keine Approximation darstellt, wird in die obige Gleichung 2.18 eingesetzt und folgendermaßen umgestellt:

$$\left(2j \frac{k}{c} \mathbf{v} \cdot \nabla - 2 \frac{k^2}{c} v_x + \Delta + 2jk \frac{\partial}{\partial x} \right) A = 0 \quad (2.20)$$

$$\Leftrightarrow \left(2j \frac{1}{kc} \mathbf{v} \cdot \nabla - 2 \frac{1}{c} v_x + \frac{1}{k^2} \Delta + 2j \frac{1}{k} \frac{\partial}{\partial x} \right) A = 0 \quad (2.21)$$

$$\Leftrightarrow \left(\underbrace{2j \frac{1}{k} \frac{\partial}{\partial x}}_{(a)} + \underbrace{\frac{1}{k^2} \Delta}_{(b)} + \underbrace{\frac{1}{k^2} \frac{\partial^2}{\partial x^2}}_{(c)} - \underbrace{2 \frac{1}{c} v_x}_{(d)} + \underbrace{\frac{2j}{kc} \mathbf{v}_\perp \cdot \nabla_\perp}_{(e)} + \underbrace{\frac{2j}{kc} v_x \frac{\partial}{\partial x}}_{(f)} \right) A = 0 \quad (2.22)$$

Hierbei ist $\nabla_\perp = \left(\frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right)^T$ der transversale Gradient und $\Delta_\perp = \left(\frac{\partial^2}{\partial y^2}, \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right)^T$ der transversale Laplace-Operator. Unter der Annahme, dass die örtliche Ableitung $\frac{\partial A}{\partial x} \sim \frac{A}{\Lambda}$ proportional zur Inversen der integralen Korrelationslänge Λ der Strömungsfluktuationen ist, ergeben sich die folgenden Größenordnungen (siehe Ostashev [65], Seite 57) für die Terme aus Gleichung 2.22:

$$(a) \quad \frac{2j}{k} \frac{\partial}{\partial x} \sim \frac{2}{k\Lambda} \quad (2.23)$$

$$(b) \quad \frac{1}{k^2} \Delta_\perp \sim \theta^2 \quad (2.24)$$

$$(c) \quad \frac{1}{k^2} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \sim \frac{1}{k^2 \Lambda^2} \quad (2.25)$$

$$(d) \quad 2 \frac{1}{c} v_x \sim 2M \quad (2.26)$$

$$(e) \quad \frac{2j}{kc} \mathbf{v}_\perp \cdot \nabla_\perp \sim 2M\theta \quad (2.27)$$

$$(f) \quad \frac{2j}{kc} v_x \frac{\partial}{\partial x} \sim \frac{2M}{k\Lambda} \quad (2.28)$$

wobei θ der Winkel im Bogenmaß zwischen der x -Achse und der Ausbreitungsrichtung der akustischen Welle ist. Wird nun angenommen, dass die akustische Wellenlänge λ wesentlich kleiner als Λ ist, folgt daraus, dass $\frac{1}{k\Lambda} \ll 1$. Damit kann Term (c) relativ zu Term

(a) vernachlässigt werden. Mit der zusätzlichen Annahme, dass $M \ll 1$ ist, kann (f) relativ zu (a) vernachlässigt werden. Term (e) kann relativ zu (b) vernachlässigt werden, wenn $M \ll k\lambda$ (siehe Ostashev [65] Seite 226 unten). Es bleiben die Terme (a), (b) und (d) übrig, sodass sich Gleichung 2.22 zu

$$\left(2jk \frac{1}{k} \frac{\partial}{\partial x} + \frac{1}{k^2} \Delta_{\perp} - 2 \frac{1}{c} v_x \right) A = 0. \quad (2.29)$$

vereinfacht. Wird nun wieder der Schalldruck $A(x, y, z, \omega) = p(x, y, z, \omega) e^{-jkx}$ aus Gleichung 2.19 in Gleichung 2.29 eingesetzt, ergibt sich:

$$2jk \frac{\partial p}{\partial x} + \Delta_{\perp} p + 2k^2 \left(1 - \frac{v_x}{c} \right) p = 0 \quad (2.30)$$

$$\Leftrightarrow \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{j}{2k} \Delta_{\perp} p + jk \left(\frac{v_x}{c} - 1 \right) p = 0 \quad (2.31)$$

Diese Gleichung ist die parabolische Wellengleichung für hohe Frequenzen und kleine Winkel.

2.3 Modellierung des Kohärenzverlustes

Grundsätzlich gibt es für das allgemeine Streuproblem zwei klassische Lösungsansätze: die Approximation nach Rytov und die Approximation nach Born. Weiter verbreitet als in der Akustik, sind diese Begriffe zum Beispiel in der Seismologie [53] oder der Optik [10]. In diesen Feldern gibt es zahlreiche Publikationen, die sich mit dem Vergleich der beiden Approximationen befassen. Die Idee der Rytov-Approximation ist die Überführung der hyperbolischen Wellengleichung in eine parabolische Näherung. Ohne Strömung stimmt diese Näherung mit der bekannteren Fresnel-Approximation überein.

Der Born-Approximation liegt die Idee zugrunde, dass der gestreute Anteil einer Schallwelle klein gegenüber der eintreffenden Schallwelle ist.

In den folgenden Abschnitten werden drei verschiedene Modellierungen des Streuproblems angegeben:

- **Theorie nach Rytov mit Markov-Annahme**

In Abschnitt 2.3.1 wird die Lösung des Streuproblems unter Verwendung der Markov-Annahme beschrieben. Die Markov-Annahme besagt, dass die Strömungsfluktuationen in Ausbreitungsrichtung der Schallwelle unkorreliert sind.

2 Theorie der akustischen Wellenausbreitung in einer turbulenten Strömung

- **Theorie nach Rytov ohne Markov-Annahme**

In Abschnitt 2.3.2 wird die Annahme getroffen, dass die Strömungsfluktuationen senkrecht zur Ausbreitungsrichtung der Schallwelle konstant sind.

- **Theorie nach Born**

In Abschnitt 2.3.3 wird die Annahme gemacht, dass die Streuung der akustischen Welle an Strömungsinhomogenitäten klein ist.

2.3.1 Theorie nach Rytov mit Markov-Annahme

Als Markov-Approximation wird die Annahme bezeichnet, dass die Korrelation der Strömungsfluktuationen v_x in Ausbreitungsrichtung x der akustischen Welle gleich null ist.

$$\langle v_x(x_1, y_1, z_1) v_x(x_2, y_2, z_2) \rangle \begin{cases} = 0 & \text{für } x_1 \neq x_2 \\ \neq 0 & \text{für } x_1 = x_2 \end{cases} \quad (2.32)$$

Mithilfe dieser Annahme ist es möglich eine geschlossene Formel für die Schalldruck-Korrelation von zwei beliebigen Orten anzugeben (siehe Ostashev [65] Kapitel 7). Die Markov-Approximation ist innerhalb definierter, bekannter Frequenzgrenzen gültig (siehe Ostashev [65] Formel 7.23). Diese lauten:

1. $\frac{\langle v_x^2 \rangle}{c^2} \ll \frac{\lambda^2}{\Lambda^2}$

Diese Annahme stellt einerseits eine Obergrenze für die Strömungsschwankungen und gleichzeitig eine obere Grenzfrequenz dar.

2. $\Lambda_{\perp}^2 \gg \Lambda_x \lambda$

Diese Annahme stellt eine untere Frequenzgrenze dar und besagt bei isotroper Turbulenz, dass die akustische Wellenlänge λ kleiner als die integrale Korrelationslänge Λ der Strömungsschwankungen ist.

3. $kr_{\text{coh}} \gg 1$

Diese Annahme stellt eine untere Frequenzgrenze dar und besagt, dass die akustische Wellenlänge λ kleiner als der Kohärenzradius r_{coh} ist. Der Kohärenzradius r_{coh} bezeichnet den Abstand zwischen zwei Sensoren, an dem die Kohärenz noch $1/e \approx 0,37$ beträgt.

4. $x \gg r_d$

Diese Annahme besagt, dass die Lauflänge x der akustischen Welle in der turbulenten Strömung größer ist als der Abstand r_d zwischen den zwei Sensoren, deren Kohärenz bestimmt werden soll.

Hierbei ist Λ_x die integrale Korrelationslänge in Ausbreitungsrichtung x der akustischen Welle und Λ_{\perp} die integrale Korrelationslänge in der Ebene senkrecht zu x , sodass gilt

$$\Lambda = \sqrt{\Lambda_x^2 + \Lambda_\perp^2}.$$

Obige Bedingungen 1) bis 4) können für den Fall der Scherschicht noch weiter konkretisiert werden. Unter der Annahme, dass die integrale Korrelationslänge $\Lambda \approx \Lambda_x \approx \Lambda_\perp \approx 0,02(x - x_0)$ ist (siehe Jones et. al. [27]), die Strömungsfluktuationen mit $\frac{\langle v_x'^2 \rangle}{c^2} \leq 0,12^2 M^2$ für $M < 0,25$ und die Schallgeschwindigkeit mit $c \approx 340 \text{ m/s}$ abgeschätzt werden können (siehe Fiedler et. al. [67]) folgt:

$$1. f \ll \frac{5,6 \cdot 10^5 \text{ m/s}}{x - x_0}$$

Das heißt, dass Bedingung 1 praktisch keine Einschränkung darstellt. Für einen Abstand zur Düse $x - x_0$ von 1 m gilt: $f \ll 566 \text{ kHz}$.

$$2. f \gg \frac{17 \cdot 10^3 \text{ m/s}}{x - x_0} 50$$

Bedingung 2 ist erst bei sehr hohen Frequenzen erfüllt. Für einen Abstand zur Düse $x - x_0$ von 1 m gilt: $f \gg 17 \text{ kHz}$.

$$3. kr_{\text{coh}} \gg 1$$

Bedingung 3 kann nicht direkt abgeschätzt werden, da r_{coh} nicht bekannt ist. In vorangegangenen Untersuchungen (siehe Ernst et. al. [18]) zeigte sich jedoch, dass r_{coh} mit steigender Frequenz klein wird. Bei $x - x_0 = 0$ ist r_{coh} etwa um den Faktor 50 kleiner als die Wellenlänge λ ist. Bei $x - x_0 = 3 \text{ m}$ ist r_{coh} nur noch um den Faktor 10 größer als die Wellenlänge λ . Diese Bedingung ist folglich nah an der der Düse stark verletzt.

$$4. x \gg r_d$$

Bedingung 4 wird deutlich verletzt. Die Lauflänge der akustischen Welle in der Scherschicht beträgt ungefähr ein Viertel des Abstands zur Düse (siehe Sijtsma et. al. [62]). Der maximale Abstand zweier Mikrofone bei 1 m Abstand zur Düse ist folglich nur 25 cm.

Trotz dieser Einschränkungen, zeigt sich im Vergleich mit den Messdaten eine gute Übereinstimmung bezüglich der Größenordnung. Auch Ostashev [65] beschreibt, dass die Anwendung der Markov-Approximation für weite Bereiche gültig ist, die die obigen Bedingungen verletzen.

Zunächst wird ϕ_{eff}

$$\frac{4}{c^2} \langle v_x(\mathbf{R}_1) v_x(\mathbf{R}_2) \rangle = \int_{\mathbb{R}^3} \phi_{\text{eff}}((\mathbf{R}_1 + \mathbf{R}_2)/2; \boldsymbol{\kappa}) e^{j\boldsymbol{\kappa} \cdot (\mathbf{R}_1 - \mathbf{R}_2)} d\boldsymbol{\kappa} \quad (2.33)$$

als das räumliche Spektrum der Geschwindigkeitsfluktuationen in Ausbreitungsrichtung x zwischen den beiden Punkten $\mathbf{R}_1 = (x_1, \mathbf{r}_1^T)^T, \mathbf{R}_2 = (x_2, \mathbf{r}_2^T)^T \in \mathbb{R}^3$ im Raum definiert. Hierbei ist $\boldsymbol{\kappa} = (\kappa_x, \boldsymbol{\kappa}_\perp^T)^T$ die entsprechende Wellenzahl.

2 Theorie der akustischen Wellenausbreitung in einer turbulenten Strömung

Mit diesen Annahmen kann die Korrelation des für eine ebene Welle (Ostashev [65] Gleichungen 7.178)

$$\begin{aligned} & \langle p(x, (r_1 - r_2)/2) p(x, -(r_1 - r_2)/2)^* \rangle \\ &= |p_0|^2 \exp \left[-\frac{\pi k^2 x}{2} \int_0^1 \int_{\mathbb{R}^2} \phi_{\text{eff}}((\eta x, \mathbf{0}); (0, \boldsymbol{\kappa}_{\perp})) (1 - e^{j\boldsymbol{\kappa}_{\perp} \cdot (r_1 - r_2)}) d\boldsymbol{\kappa}_{\perp} d\eta \right] \end{aligned} \quad (2.34)$$

und eine sphärische Welle (Ostashev [65] Gleichung 7.181)

$$\begin{aligned} & \langle p(x, r_1) p(x, r_2)^* \rangle \\ &= \frac{1}{x^2} \exp \left[jk \frac{|r_1| - |r_2|}{2x} - \frac{\pi k^2 x}{2} \int_0^1 \int_{\mathbb{R}^2} \phi_{\text{eff}}((\eta x, \mathbf{0}); (0, \boldsymbol{\kappa}_{\perp})) (1 - e^{j\eta \boldsymbol{\kappa}_{\perp} \cdot (r_1 - r_2)}) d\boldsymbol{\kappa}_{\perp} d\eta \right] \end{aligned} \quad (2.35)$$

als geschlossener Ausdruck angegeben werden. Diese geschlossenen Ausdrücke werden nun so umformuliert, dass nur noch eine Abhängigkeit von den Zwei-Punkt-Korrelationen $\langle v_x(\mathbf{R}_1) v_x(\mathbf{R}_2) \rangle$ der Strömung besteht. An dieser Stelle wird die Markov-Approximation eingesetzt (siehe Ostashev [65] Gleichung 7.22)

$$\begin{aligned} & \frac{4}{c^2} \langle v_x(x_1, r_1) v_x(x_2, r_2) \rangle = \\ & 2\pi \delta(x_1 - x_2) \int_{\mathbb{R}^2} \phi_{\text{eff}}(\mathbf{R}_1 + \mathbf{R}_2)/2; 0, \boldsymbol{\kappa}_{\perp}) e^{j\boldsymbol{\kappa}_{\perp} \cdot (r_1 - r_2)} d\boldsymbol{\kappa}_{\perp} \end{aligned} \quad (2.36)$$

Die Einheit von ϕ_{eff} ist m^3 . Mit der Koordinatentransformation

$$x_c = (x_1 + x_2)/2 \quad (2.37)$$

$$x_d = x_1 - x_2 \quad (2.38)$$

wird die obige Gleichung 2.36 nun von $-\infty$ bis $+\infty$ über x_d integriert. Zu beachten ist hierbei, dass die Integrationsgrenzen willkürlich wählbar sind. Die Definition der Markov-Annahme (Gleichung 2.36) ist an dieser Stelle nicht wohldefiniert. Mit der Wahl der Integrationsgrenzen von $-\infty$ bis $+\infty$, ist die Konsistenz mit den Ergebnissen von Ostashev [65] gewährleistet.

$$\begin{aligned} & \frac{4}{2\pi c^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \langle v_x(x_c + x_d/2, r_1) v_x(x_c - x_d/2, r_2) \rangle dx_d \\ &= \int_{\mathbb{R}^2} \phi_{\text{eff}}((x_c, (r_1 + r_2)/2); (0, \boldsymbol{\kappa}_{\perp})) e^{j\boldsymbol{\kappa}_{\perp} \cdot (r_1 - r_2)} d\boldsymbol{\kappa}_{\perp} \end{aligned} \quad (2.39)$$

Diese Gleichung 2.39 kann in Gleichung 2.34 und Gleichung 2.35 eingesetzt werden. Damit ergibt sich die Korrelation von zwei Sensoren in der Markov-Approximation für ebene Wellen zu

$$\begin{aligned} & \langle p(x, r_1) p(x, r_2)^* \rangle = \\ & |p_0|^2 \exp \left[-\frac{k^2}{c^2} \int_0^x \int_{-\infty}^{+\infty} \langle v_x(x' + x_d/2, \mathbf{0}) v_x(x' - x_d/2, \mathbf{0}) \rangle \right. \\ & \quad \left. - \langle v_x(x' + x_d/2, r_d/2) v_x(x' - x_d/2, -r_d/2) \rangle dx_d dx' \right] \end{aligned} \quad (2.40)$$

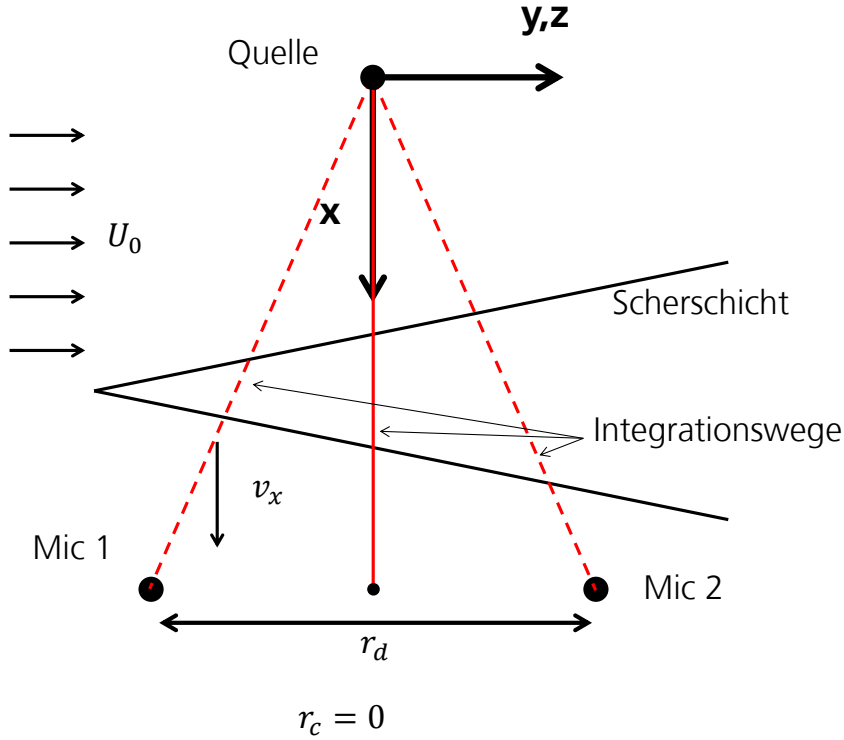


Abbildung 2.1: Schematische Darstellung der Integrationswege in der parabolischen Näherung mit Markov-Annahme für kleine Öffnungswinkel

und für sphärische Wellen zu

$$\begin{aligned} \langle p(x, \mathbf{r}_1) p(x, \mathbf{r}_2)^* \rangle &= \langle p(x, \mathbf{r}_1) p(x, \mathbf{r}_2)^* \rangle = \\ &= \frac{1}{x^2} \exp \left[jk \frac{|\mathbf{r}_1| - |\mathbf{r}_2|}{2x} - \frac{k^2}{c^2} \int_0^x \int_{-\infty}^{+\infty} \langle v_x(x' + x_d/2, \mathbf{0}) v_x(x' - x_d/2, \mathbf{0}) \rangle \right. \\ &\quad \left. - \left\langle v_x \left(x' + x_d/2, (\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) \frac{x'}{2x} \right) v_x \left(x' - x_d/2, -(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) \frac{x'}{2x} \right) \right\rangle dx_d dx' \right] \end{aligned} \quad (2.41)$$

Die Kohärenz γ^2 für sphärische Wellen zwischen zwei Sensoren kann nun durch einsetzen von Gleichung 2.41 berechnet werden:

$$\begin{aligned} \gamma^2(x, \mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) &= \frac{|\langle p(x, \mathbf{r}_1) p(x, \mathbf{r}_2)^* \rangle|^2}{|\langle p(x, \mathbf{r}_1) p(x, \mathbf{r}_1)^* \rangle| |\langle p(x, \mathbf{r}_2) p(x, \mathbf{r}_2)^* \rangle|} = |\langle p(x, \mathbf{r}_1) p(x, \mathbf{r}_2)^* \rangle|^2 x^4 = \\ &= \exp \left[-\frac{2k^2}{c^2} \int_0^x \int_{-\infty}^{+\infty} \langle v_x(x' + x_d/2, \mathbf{0}) v_x(x' - x_d/2, \mathbf{0}) \rangle \right. \\ &\quad \left. - \left\langle v_x \left(x' + x_d/2, (\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) \frac{x'}{2x} \right) v_x \left(x' - x_d/2, -(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) \frac{x'}{2x} \right) \right\rangle dx_d dx' \right] \end{aligned} \quad (2.42)$$

2 Theorie der akustischen Wellenausbreitung in einer turbulenten Strömung

Das erste Integral in Formel 2.41, zuständig für eine Senkung der Kohärenz, ist nur abhängig von den Strömungsfluktuationen auf dem direkten Weg von der Quelle zum Mittelpunkt zwischen den zwei Mikrofonen. Je größer der Öffnungswinkel der zwei Mikrofone, desto mehr weicht der tatsächliche Weg der Schallwelle von dem Integrationsweg ab.

Das zweite Integral in Formel 2.41, zuständig für eine Vergrößerung der Kohärenz, beschreibt die Korrelation der Strömung zwischen den beiden Ausbreitungswegen von der Quelle zu den beiden Mikrofonen. Je größer die Korrelation, desto geringer der Kohärenzverlust.

In beiden Integralen wird nicht die Strömungsfluktuation in Ausbreitungsrichtung der akustischen Welle verwendet, sondern die in Richtung des Mittelpunktes zwischen den beiden Mikrofonen. Diese Lösung hat folglich den Nachteil, dass sie nur für kleine Öffnungswinkel zwischen den Mikrofonen gilt. Im folgenden Abschnitt wird diese Einschränkung umgangen.

2.3.2 Theorie nach Rytov ohne Markov-Annahme

Die vereinfachte parabolische Wellengleichung (Gleichung 2.31)

$$\frac{\partial p}{\partial x} - \frac{j}{2k} \Delta_{\perp} p + jk \left(\frac{v_x}{c} - 1 \right) p = 0 \quad (2.43)$$

ist für den Fall, dass $v_x = 0$ eine zweidimensionale Wärmeleitungsgleichung. Die Ausbreitungsrichtung x stellt die Zeit dar und die transversen Richtungen y und z die räumlichen Koordinaten. Ohne den lateralen Laplace-Operator kann obige Gleichung auch als eindimensionale Strahlungstransportgleichung angesehen werden. Für diese Gleichungen kann eine analytische Lösung direkt angegeben werden. Unter der Annahme, dass die Strömungsfluktuationen sich nur mit der Ausbreitungsrichtung der akustischen Welle ändern

$$v_x(x, y, z) = v_x(x) \quad (2.44)$$

und eine Monopolquelle im Ursprung liegt, kann Gleichung 2.43 analytisch gelöst werden:

$$p(x, y, z) = \frac{A_0}{x} \exp \left(+jk \frac{y^2 + z^2}{2x} \right) \exp(jkx) \exp \left(-\frac{jk}{c} \int_0^x v_x(x') dx' \right) \quad (2.45)$$

A_0 bezeichnet hierbei die Amplitude der Monopolquelle in 1 m Abstand zum Quellort. Der Einfachheit halber wurde der Quellort in den Ursprung gelegt. Diese Annahme unterscheidet sich dahingehend von der Markov-Approximation aus dem letzten Abschnitt, dass die

laterale Korrelation der Strömung konstant ist und eine Korrelation in Ausbreitungsrichtung beliebig vorgegeben werden kann. Ohne Strömung v_x stimmt diese Lösung mit der Fresnel-Approximation überein. Diese ist für kleine Winkel gültig:

$$\frac{(y^2 + z^2)^2}{x^3 \lambda} \ll 1 \quad (2.46)$$

Die Kreuzkorrelation zwischen zwei Mikrofonen kann nun direkt berechnet werden.

$$\begin{aligned} \langle p(\mathbf{x}_1) p^*(\mathbf{x}_2) \rangle &= \frac{A_0^2}{x_1 x_2} \exp \left(\frac{jk}{2} \left(\frac{y_1^2 + z_1^2}{x_1} - \frac{y_2^2 + z_2^2}{x_2} \right) \right) \\ &\cdot \exp(jk(x_1 - x_2)) \left\langle \exp \left(-\frac{jk}{c} \underbrace{\int_{x_2}^{x_1} v_x(x') dx'}_{=: \varepsilon} \right) \right\rangle \end{aligned} \quad (2.47)$$

Wird nun das Integral in Gleichung 2.47 als normalverteilte Zufallsvariable ε aufgefasst, was zunächst eine willkürliche Annahme darstellt, kann die charakteristische Funktion dieser Zufallsvariable verwendet werden:

$$\langle \exp(ja\varepsilon) \rangle = \exp \left(ja\langle \varepsilon \rangle - \frac{1}{2}a^2(\langle \varepsilon^2 \rangle - \langle \varepsilon \rangle^2) \right) \quad (2.48)$$

Hierbei stellt a eine beliebige Konstante dar. Der Erwartungswert $\langle \varepsilon \rangle$ ist per Definition Null, da nur die Geschwindigkeitsfluktuationen berücksichtigt werden. In Abschnitt 5.3 zeigt sich im Vergleich mit den Messdaten, dass die empirisch gemessene Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion der Zufallsvariable ε gut mit der Dichtefunktion der Normalverteilung übereinstimmt.

Damit kann Gleichung 2.47 folgendermaßen neu formuliert werden:

$$\begin{aligned} \langle p(\mathbf{x}_1) p^*(\mathbf{x}_2) \rangle &= \frac{A_0^2}{x_1 x_2} \exp \left(\frac{jk}{2} \left(\frac{y_1^2 + z_1^2}{x_1} - \frac{y_2^2 + z_2^2}{x_2} \right) \right) \\ &\cdot \exp(jk(x_1 - x_2)) \exp \left(-\frac{k^2}{2c^2} \int_{x_2}^{x_1} \int_{x_2}^{x_1} \langle v_x(x') v_x(x'') \rangle dx' dx'' \right) \end{aligned} \quad (2.49)$$

Eine ähnliche Umformulierung wird bei der Herleitung der Theorie nach Rytov mit Markov-Annahme verwendet (siehe Ostashev [65] Seite 255).

Für zwei Orte für die gilt, dass $x_1 = x_2$, ist die Kohärenz, unabhängig von der Strömung

2 Theorie der akustischen Wellenausbreitung in einer turbulenten Strömung

immer gleich 1 (siehe Gleichung 2.49), da die beiden Wege vom Quellort zu den Mikrofonen der gleichen Beeinflussung durch die Strömung unterliegen.

Durch eine Umformulierung kann die Einschränkung, dass v_x nur von x abhängt, umgangen werden. Zunächst wird angenommen, dass die Quelle ein Monopol darstellt und der Weg eines Schallstrahles von der Quelle zum Empfänger bekannt ist. Der Quellort \mathbf{x}_0 , die Mikrofonpositionen $\mathbf{x}_n \in \mathbb{R}^3$ und die Funktion $\boldsymbol{\gamma}_n$ die den Weg der Schallwelle als Strahl beschreibt, werden als bekannt angenommen. Hierbei ist $\boldsymbol{\gamma}_n : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^3$ mit $\boldsymbol{\gamma}_n(0) = \mathbf{x}_0$ und $\boldsymbol{\gamma}_n(l_n) = \mathbf{x}_n$, sodass $\|\frac{\partial \boldsymbol{\gamma}_n(l)}{\partial l}\|_2 = 1$. Mit dieser Formulierung kann die Lösung von Gleichung 2.45 als Wegintegral geschrieben werden. Die x -Achse in Gleichung 2.45 entspricht nun $\frac{\partial \boldsymbol{\gamma}_n(l)}{\partial l}$.

$$p(\vec{x}_n) = \frac{A_0}{l_n} \exp(jk l_n) \exp\left(-j \frac{k}{c} \int_0^{l_n} \frac{\partial \boldsymbol{\gamma}_n(l)}{\partial l} \cdot \mathbf{v}(\boldsymbol{\gamma}_n(l)) dl\right) \quad (2.50)$$

Das heißt, das Koordinatensystem wird so gedreht, dass immer $y = z = 0$ in Gleichung 2.45 gilt. Die Länge des Weges der Schallwelle ist l_n . Die Kreuzkorrelation zwischen zwei Mikrofonen ist folglich:

$$\begin{aligned} \langle p(\mathbf{x}_1) p^*(\mathbf{x}_2) \rangle = \\ \frac{A_0^2}{l_1 l_2} \exp(jk(l_1 - l_2)) \left\langle \exp\left[-j \frac{k}{c} \left(\int_0^{l_1} \frac{\partial \boldsymbol{\gamma}_1(l)}{\partial l} \cdot \mathbf{v}(\boldsymbol{\gamma}_1(l)) dl - \int_0^{l_2} \frac{\partial \boldsymbol{\gamma}_2(l)}{\partial l} \cdot \mathbf{v}(\boldsymbol{\gamma}_2(l)) dl \right) \right] \right\rangle \end{aligned} \quad (2.51)$$

Mithilfe der charakteristischen Funktion (siehe Gleichung 2.48) kann die Korrelation zwischen zwei Mikrofonen in Abhängigkeit der Korrelationen in der Strömung berechnet werden:

$$\begin{aligned} \langle p(\mathbf{x}_1) p^*(\mathbf{x}_2) \rangle = \\ \frac{A_0^2}{l_1 l_2} \exp(jk(l_1 - l_2)) \exp\left(-\frac{k^2}{2c^2} \left\langle \left(\int_0^{l_1} \frac{\partial \boldsymbol{\gamma}_1(l)}{\partial l} \cdot \mathbf{v}(\boldsymbol{\gamma}_1(l)) dl - \int_0^{l_2} \frac{\partial \boldsymbol{\gamma}_2(l)}{\partial l} \cdot \mathbf{v}(\boldsymbol{\gamma}_2(l)) dl \right)^2 \right\rangle\right) \\ = \frac{A_0^2}{l_1 l_2} \exp(jk(l_1 - l_2)) \exp\left(-\frac{k^2}{2c^2} \right. \\ \left. \left(\int_0^{l_1} \int_0^{l_1} \left\langle \frac{\partial \boldsymbol{\gamma}_1(l')}{\partial l} \cdot \mathbf{v}(\boldsymbol{\gamma}_1(l')) \frac{\partial \boldsymbol{\gamma}_1(l'')}{\partial l} \cdot \mathbf{v}(\boldsymbol{\gamma}_1(l'')) \right\rangle dl' dl'' \right. \right. \\ \left. \left. + \int_0^{l_2} \int_0^{l_2} \left\langle \frac{\partial \boldsymbol{\gamma}_2(l')}{\partial l} \cdot \mathbf{v}(\boldsymbol{\gamma}_2(l')) \frac{\partial \boldsymbol{\gamma}_2(l'')}{\partial l} \cdot \mathbf{v}(\boldsymbol{\gamma}_2(l'')) \right\rangle dl' dl'' \right. \right. \\ \left. \left. - 2 \int_0^{l_2} \int_0^{l_1} \left\langle \frac{\partial \boldsymbol{\gamma}_1(l')}{\partial l} \cdot \mathbf{v}(\boldsymbol{\gamma}_1(l')) \frac{\partial \boldsymbol{\gamma}_2(l'')}{\partial l} \cdot \mathbf{v}(\boldsymbol{\gamma}_2(l'')) \right\rangle dl' dl'' \right) \right) \end{aligned} \quad (2.52)$$

Die Integrale 1 und 2 in Gleichung 2.52 beschreiben die Korrelation der Strömung in Ausbreitungsrichtung der jeweiligen Mikrofone einzeln. Beide Integrale sind immer positiv und

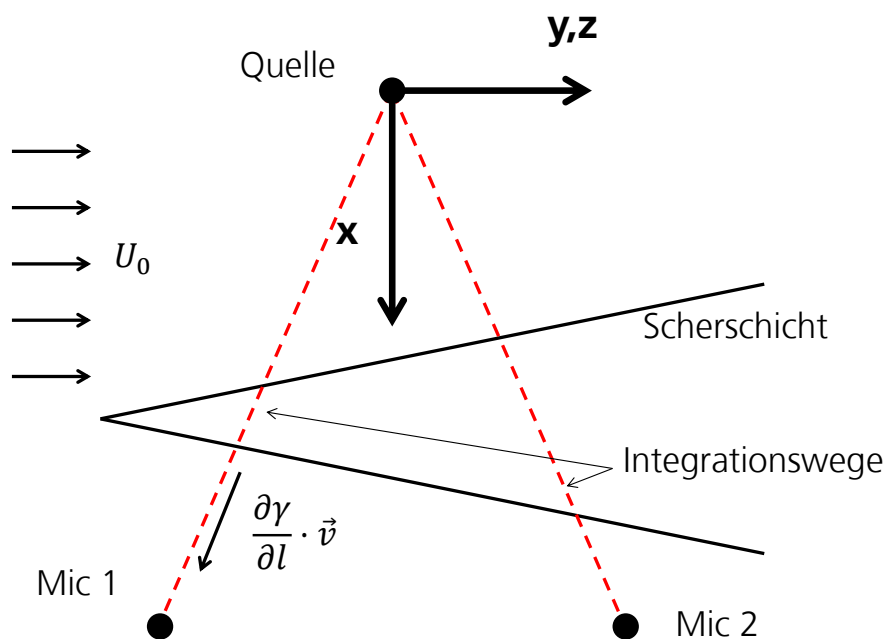


Abbildung 2.2: Schematische Darstellung der Integrationswege in der parabolischen Näherung ohne Markov-Annahme

2 Theorie der akustischen Wellenausbreitung in einer turbulenten Strömung

bewirken demzufolge eine Verringerung der Kohärenz. Das dritte Integral in Gleichung 2.52 beschreibt die Korrelation der Strömung zwischen den beiden Ausbreitungswegen und bewirkt in der Regel eine Vergrößerung der Kohärenz. Je größer also die Korrelation in der Strömung, desto geringer ist der akustische Kohärenzverlust. In Abbildung 2.2 sind die Integrationswege schematisch aufgetragen.

Es kann auch der Erwartungswert des akustischen Feldes berechnet werden. Hierbei wird die Amplitude durch die Strömung reduziert. Auf die Phase hat die Strömung in diesem Fall jedoch keinen Einfluss.

$$\begin{aligned}
 \langle p(x_n) \rangle &= \frac{A_0}{l_n} \exp(jkl_n) \left\langle \exp \left[-j \frac{k}{c} \int_0^{l_n} \frac{\partial \gamma_n(l)}{\partial l} \cdot \mathbf{v}(\gamma_n(l)) dl \right] \right\rangle \\
 &= \frac{A_0}{l_n} \exp(jkl_n) \exp \left[-\frac{k^2}{2c^2} \left\langle \left(\int_0^{l_n} \frac{\partial \gamma_n(l)}{\partial l} \cdot \mathbf{v}(\gamma_n(l)) dl \right)^2 \right\rangle \right] \\
 &= \frac{A_0}{l_n} \exp(jkl_n) \exp \left[-\frac{k^2}{2c^2} \int_0^{l_n} \int_0^{l_n} \left\langle \frac{\partial \gamma_n(l')}{\partial l'} \cdot \mathbf{v}(\gamma_n(l')) \frac{\partial \gamma_n(l'')}{\partial l''} \cdot \mathbf{v}(\gamma_n(l'')) \right\rangle dl' dl'' \right]
 \end{aligned} \tag{2.53}$$

Für die Berechnung des Erwartungswertes und der Korrelation des akustischen Feldes in den Gleichungen 2.52 und 2.53, ist die Kenntnis des gesamten Korrelationstensors $R_{i,j}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) = \langle v_i(\mathbf{x}_1) v_j(\mathbf{x}_2) \rangle$ notwendig. In der Theorie nach Rytov mit Markov-Annahme ist hingegen nur die Korrelation der Strömung in Ausbreitungsrichtung, also einem Teil des Korrelationstensors, notwendig.

2.3.3 Theorie nach Born

Die parabolische Approximation der letzten Abschnitte ist nur unter der Annahme einer hohen akustischen Frequenz zulässig. Wie zu Beginn des Kapitels erläutert, gilt die Theorie nach Born nur dann wenn die gestreute Welle gegenüber der eigentlichen Welle ohne Streuung klein ist. Dies ist genau dann der Fall, wenn Frequenz und Strömungsfluktuationen klein sind.

Für die Approximation wird die Lighthill-Gleichung für den Schalldruck \hat{p} (siehe [23])

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \hat{p}}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 \hat{p}}{\partial x_i^2} = \frac{\partial}{\partial x_i \partial x_j} ((\rho_0 + \rho)(v_i + \hat{w}_i)(v_j + \hat{w}_j) - \tau_{ij}) + \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\frac{\hat{p}}{c^2} - \rho \right) \tag{2.54}$$

verwendet, die sich ohne Vereinfachungen aus den strömungsmechanischen Grundgleichungen ergibt. Hierbei ist \hat{p} der Schalldruck, ρ_0 die Dichte ohne Schall und ohne Strömung, ρ die Dichteschwankungen, c die Schallgeschwindigkeit, \hat{w}_i die Schallschnelle, v_i die Strömungsgeschwindigkeit und τ_{ij} der Spannungstensor. In einer inkompressiblen Strömung und der linearen Akustik kann der Term $\frac{\hat{p}}{c^2} - \rho$ vernachlässigt werden. Die Dichteschwankungen ρ sind in einer inkompressiblen Strömung rein akustisch ($\approx 10^{-5} \text{ kg/m}^3$)

bei 1 Pa Schalldruck) und können gegenüber der Umgebungsdichte ρ_0 ($\approx 1,2 \text{ kg/m}^3$) auf der rechten Seite vernachlässigt werden. Durch die geringe Viskosität von Luft kann der Spannungstensor τ_{ij} ebenfalls vernachlässigt werden. Die dargestellten Vereinfachungen gelten insbesondere für das Medium Luft bei niedrigen Machzahlen.

$$\begin{aligned} \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \hat{p}}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 \hat{p}}{\partial x_i^2} &= \rho_0 \frac{\partial}{\partial x_i \partial x_j} ((v_i + \hat{w}_i)(v_j + \hat{w}_j)) \\ &= \rho_0 \frac{\partial}{\partial x_i \partial x_j} (v_i v_j + \hat{w}_i \hat{w}_j + 2 v_i \hat{w}_j) \end{aligned} \quad (2.55)$$

Laut Lighthill [35] ist der erste Term $v_i v_j$ für die Schallerzeugung durch die Strömung verantwortlich, der zweite Term $\hat{w}_i \hat{w}_j$ für den Einfluss der Akustik auf sich selbst und der dritte Term $2 v_i \hat{w}_j$ für die Streuung der akustischen Welle an der Strömung. In der vorliegenden Arbeit wird die Streuung der Schallwelle an der Scherschicht untersucht. Dementsprechend werden die anderen beiden Terme vernachlässigt.

Den gleichen Ausgangspunkt wählte auch Guedel [21]:

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \hat{p}}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 \hat{p}}{\partial x_i^2} = 2 \rho_0 \frac{\partial}{\partial x_i \partial x_j} (v_i \hat{w}_j) \quad (2.56)$$

Unter der Annahme, dass die Strömung v_i zeitunabhängig ist, wird diese Gleichung in den Frequenzbereich transformiert:

$$k^2 p + \frac{\partial^2 p}{\partial x_i^2} = -2 \rho_0 \frac{\partial}{\partial x_i \partial x_j} (v_i w_j) \quad (2.57)$$

Für eine Born-Approximation wird nun der gesuchte Schalldruck $p = p_{\text{ref}} + p_s$ in eine ungestreute (beziehungsweise einfallende) Welle p_{ref} und eine gestreute Welle p_s zerlegt; ebenso die Schallschnelle $\mathbf{w} = \mathbf{w}_{\text{ref}} + \mathbf{w}_s$. Die linke und rechte Seite von Gleichung 2.57 können jeweils als lineare Differentialoperatoren F und E aufgefasst werden.

$$F p = E \mathbf{w} \quad (2.58)$$

$$F(p_{\text{ref}} + p_s) = E(\mathbf{w}_{\text{ref}} + \mathbf{w}_s) \quad (2.59)$$

Die ungestreute Welle p_{ref} erfüllt die Gleichung $F p_{\text{ref}} = 0$. Es wird weiterhin angenommen, dass der Einfluss der gestreuten Welle p_s als Quellterm vernachlässigt werden kann $E \mathbf{w}_s \ll E \mathbf{w}_{\text{ref}}$. Diese Annahme ist nur dann erfüllt, wenn die gestreute Welle p_s klein gegenüber p_{ref} ist. Die erste Born-Approximation kann nun direkt angegeben werden:

$$p_s = F^{-1}(E(\mathbf{w}_{\text{ref}})) \quad (2.60)$$

2 Theorie der akustischen Wellenausbreitung in einer turbulenten Strömung

Wird als ungestreute Welle p_{ref} das Schallfeld eines Monopols am Ort \mathbf{x}_0

$$p_{\text{ref}}(\mathbf{x}, t) = A_0 \frac{e^{jk|\mathbf{x}-\mathbf{x}_0|}}{|\mathbf{x}-\mathbf{x}_0|} \quad (2.61)$$

mit der Schallschnelle

$$\mathbf{w}_{\text{ref}}(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{j\omega\rho_0} \nabla p_{\text{ref}}(\mathbf{x}, t) \quad (2.62)$$

angenommen, kann die Lösung der gestreuten Welle p_s direkt angegeben werden (siehe Guedel [21])

$$p_s(\mathbf{x}, t) = \frac{A_0}{2\pi c} \int_{\Omega} \frac{e^{jk|\mathbf{x}'-\mathbf{x}|}}{|\mathbf{x}'-\mathbf{x}|} \frac{\partial^2}{\partial x'_j \partial x'_j} \left(v_i(\mathbf{x}') \frac{(\mathbf{x}'-\mathbf{x}_0)_j}{|\mathbf{x}'-\mathbf{x}_0|} \frac{e^{jk|\mathbf{x}'-\mathbf{x}_0|}}{|\mathbf{x}'-\mathbf{x}_0|} \right) d\mathbf{x}' \quad (2.63)$$

Ist die Quelle am Ort \mathbf{x}_0 im Fernfeld

$$|\mathbf{x}'-\mathbf{x}_0| \gg \lambda \quad (2.64)$$

des Streuvolumens Ω und die akustische Wellenlänge λ kleiner als die integrale Korrelationslänge der Strömung Λ ,

$$\Lambda \gg \lambda \quad (2.65)$$

kann folgende Näherung formuliert werden:

$$p_s(\mathbf{x}, t) = -\frac{A_0 k^2}{2\pi c} \int_{\Omega} \frac{e^{jk(|\mathbf{x}-\mathbf{x}'|+|\mathbf{x}'-\mathbf{x}_0|)}}{|\mathbf{x}-\mathbf{x}'||\mathbf{x}'-\mathbf{x}_0|} \left(\mathbf{v}(\mathbf{x}') \cdot \frac{\mathbf{x}'-\mathbf{x}_0}{|\mathbf{x}'-\mathbf{x}_0|} \right) \left(\frac{\mathbf{x}'-\mathbf{x}_0}{|\mathbf{x}'-\mathbf{x}_0|} \cdot \frac{\mathbf{x}-\mathbf{x}'}{|\mathbf{x}-\mathbf{x}'|} \right) d\mathbf{x}' \quad (2.66)$$

Diese Näherung wird in Ostashev [65] (Abschnitt 6.4.2) detailliert beschrieben. Ostashev [65] nimmt zusätzlich an, dass die Entfernung zum Steuvolumen $|\mathbf{x}'-\mathbf{x}_0|$ größer als die integrale Korrelationslänge Λ ist

$$|\mathbf{x}'-\mathbf{x}_0| \gg \Lambda \quad (2.67)$$

Dadurch würden die Normalenvektoren in Gleichung 2.66 nicht mehr abhängig von \mathbf{x}' sein. Diese Annahme aus Gleichung 2.67 wurde hier explizit nicht gemacht. Die Korrelation des Schalldruckes zwischen zwei beliebigen Orten \mathbf{x}_1 und \mathbf{x}_2 kann somit direkt angegeben werden:

$$\begin{aligned} \langle p(\mathbf{x}_1) p^*(\mathbf{x}_2) \rangle &= \langle (p_{\text{ref}}(\mathbf{x}_1) + p_s(\mathbf{x}_1)) (p_{\text{ref}}^*(\mathbf{x}_2) + p_s^*(\mathbf{x}_2)) \rangle \\ &= \langle p_{\text{ref}}(\mathbf{x}_1) p_{\text{ref}}^*(\mathbf{x}_2) \rangle + \langle p_s(\mathbf{x}_1) p_s^*(\mathbf{x}_2) \rangle \\ &= A_0^2 \frac{e^{jk(|\mathbf{x}_1-\mathbf{x}_0|+|\mathbf{x}_2-\mathbf{x}_0|)}}{|\mathbf{x}_1-\mathbf{x}_0||\mathbf{x}_2-\mathbf{x}_0|} \\ &\quad + \frac{A_0^2 k^4}{4\pi^2 c^2} \int_{\Omega} \int_{\Omega} \frac{e^{jk(|\mathbf{x}'-\mathbf{x}_1|+|\mathbf{x}'-\mathbf{x}_0|+|\mathbf{x}''-\mathbf{x}_2|+|\mathbf{x}''-\mathbf{x}_0|)}}{|\mathbf{x}'-\mathbf{x}_1||\mathbf{x}''-\mathbf{x}_2||\mathbf{x}'-\mathbf{x}_0||\mathbf{x}''-\mathbf{x}_0|} \\ &\quad \langle \mathbf{v}(\mathbf{x}') \cdot \mathbf{n}'_0, \mathbf{v}(\mathbf{x}'') \cdot \mathbf{n}''_0 \rangle (\mathbf{n}'_1 \cdot \mathbf{n}'_0) (\mathbf{n}''_2 \cdot \mathbf{n}''_0) d\mathbf{x}' d\mathbf{x}'' \end{aligned} \quad (2.68)$$

Hierbei ist

$$n'_0 = \frac{x' - x_0}{|x' - x_0|}, \quad n''_0 = \frac{x'' - x_0}{|x'' - x_0|}, \quad n'_1 = \frac{x_1 - x'}{|x_1 - x'|}, \quad n''_2 = \frac{x_2 - x''}{|x_2 - x''|} \quad (2.69)$$

Die Korrelationen zwischen gestreuter p_s und ungestreuter p_{ref} Welle ist gleich Null, da der Erwartungswert der Strömungsfluktuationen \mathbf{v} und damit auch der gestreuten p_s Welle Null ist. Die Kohärenz γ^2 zwischen zwei Sensoren kann dementsprechend mit

$$\begin{aligned} \gamma^2(x_1, x_2) &= \frac{|\langle p(x_1)p^*(x_2) \rangle|^2}{|\langle p(x_1)p^*(x_1) \rangle||\langle p(x_2)p^*(x_2) \rangle|} \\ &= \frac{|\langle p_0(x_1)p_0^*(x_2) \rangle + \langle p_s(x_1)p_s^*(x_2) \rangle|^2}{|\langle p_0(x_1)p_0^*(x_1) \rangle + \langle p_s(x_1)p_s^*(x_1) \rangle||\langle p_0(x_2)p_0^*(x_2) \rangle + \langle p_s(x_2)p_s^*(x_2) \rangle|} \end{aligned} \quad (2.70)$$

berechnet werden. Die Auswertung des Integrals aus Gleichung 2.68 ist numerisch sehr zeitaufwendig. Bei einer Auflösung proportional zur akustischen Wellenlänge steigt der Aufwand um den Faktor 64 pro Frequenzverdopplung. Nimmt man eine Scherschichtdicke von $\delta_{95} = a_\delta x$ an, eine Auflösung von a_λ Elemente pro Wellenlänge und eine Höhe der Scherschicht von h , ist der Berechnungsaufwand proportional zu

$$\frac{a_\lambda^6 a_\delta^2 x^4 h^2}{\lambda^6} = a_\lambda^6 a_\delta^2 He^6 \quad (2.71)$$

und dementsprechend für große Helmholtz-Zahlen $He := \frac{x^{4/6} h^{2/6}}{\lambda}$ nicht praktikabel.

3 Messaufbau und Auswertemethoden

Zur Validierung der vorgestellten Theorien wurden Messungen im Windkanal durchgeführt. In diesem Kapitel wird der Messaufbau sowie die Methoden zur Auswertung der Messdaten beschrieben. Um den Kohärenzverlust durch die Scherschicht messtechnisch zu erfassen, wurde ein aerodynamisch verkleideter Lautsprecher in der Kernströmung angebracht. Dieser Lautsprecher kann ein beliebiges Quellsignal wiedergeben. Der große Vorteil einer Versuchsanordnung mit einem Lautsprecher gegenüber dem einer klassischen Strömungsquelle wie einem Zylinder, ist die Möglichkeit, das Zeitsignal der Quelle zeitsynchron mit den Mikrofonsignalen aufzunehmen. Dieser Aufbau wurde in zwei Windkanälen unterschiedlicher Größenordnungen realisiert. Der Fokus der Messung im DNW-NWB (Düsenabmessung 3,25 m x 2,8 m, siehe Abschnitt 3.1) lag auf der akustischen Messung des Kohärenzverlustes zwischen einzelnen Mikrofonpaaren. Die Scherschichtströmung wurde mit einem Hitzdraht an einzelnen Punkten vermessen. Die Messung im DNW-NWB fand im Jahr 2014 statt und die Messdaten wurden dem Autor anschließend zur Auswertung zur Verfügung gestellt. Bei der zweiten Messung im AKG (Düsenabmessung 0,4 m x 0,4 m, siehe Abschnitt 3.2) lag der Fokus auf der Messung der Strömungseigenschaften der Scherschicht. Hier wurde mit einem Stereo-PIV System die Strömungskorrelationen in einer Scherschichtebene gemessen und lediglich ein kleines Mikrofonarray verwendet. Die detaillierten Strömungsdaten aus dem kleinen Windkanal (AKG) sind als Eingangsdaten für eine Anwendung der theoretischen Modellierungen aus dem vorherigen Kapitel 2 notwendig.

3.1 Messaufbau - DNW-NWB - Akustik und Hitzdraht

Der Niedergeschwindigkeits-Windkanal Braunschweig der Deutsch-Niederländischen Windkanäle (DNW-NWB) ist ein Windkanal Göttinger Bauart. Im Jahr 2009 und 2010 wurde er umfangreichen Baumaßnahmen unterzogen, um seine Eigenschaften für aeroakustische Messungen zu verbessern. Eine detaillierte Darstellung der akustischen Eigenschaften des Windkanals findet sich bei Pott-Pollenske et. al. [52]. Mit einer Düsenöffnung von 3,25 m x 2,8 m = 9,1 m² und einer Messstreckenlänge von 6 m, gehört er zu den industri-

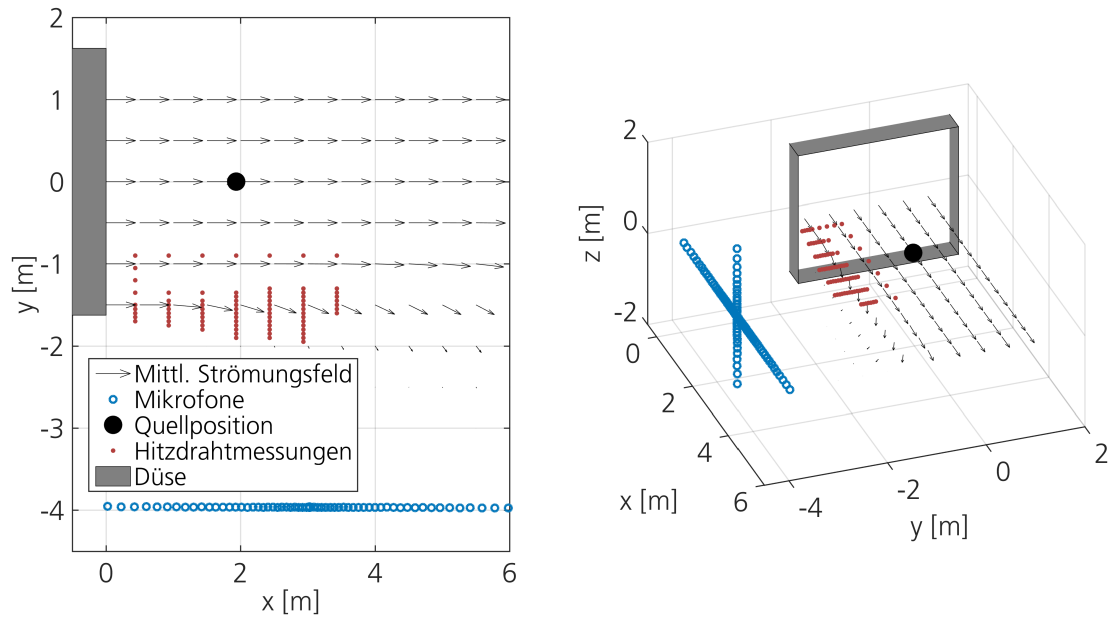


Abbildung 3.1: **Schematische Zeichnung der Geometrieverhältnisse im Windkanal DNW-NWB.**

ellen Windkanälen die auch kleinere Vollmodelle aufnehmen können. Die maximale Strömungsgeschwindigkeit für die offene Messstrecke liegt bei 80 m/s oder $\approx 0,24$ Mach. Der reflektionsarme Raum um die offene Messstrecke ist mit einer akustischen Dämpfung von 99 % für den Frequenzbereich von 100 Hz bis 40 kHz nach ISO 3745 zertifiziert. In der hier durchgeführten Messung waren Teile des Bodens aufgrund der großen Messaufbauten nicht mit Absorbern ausgekleidet. Abbildung 3.1 zeigt eine schematische Zeichnung des Messaufbaus im Windkanal DNW-NWB.

Mikrofone

Außerhalb der Strömung wurden zwei Linienarrays aufgebaut. Die Mikrofone sind nicht äquidistant verteilt, sondern in der Mitte dichter als am Rand. Das horizontale Array in Strömungsrichtung mit 60 Mikrofonen war 6 m lang und befand sich auf Höhe der Kanalachse. Das vertikale Array mit 28 Mikrofonen war 3 m hoch und befand sich 3027 mm stromab von der Düse (siehe Abbildung 3.2). Die Düsenkante hatte quer zur Strömung einen Abstand von 2339 mm zum Mikrofonarray.

Alle Mikrofone waren vom Typ LinearX M51 1/2 Zoll und wurden mit einem Schallkalibrator des Types 4231 vom Hersteller Brüel & Kjær bei 1 kHz kalibriert. Hierbei handelt es sich um Elektret-Kondensatormikrofone mit einem Frequenzgang von ± 5 dB zwischen 20 Hz und 20 kHz. Die Positionen der einzelnen Mikrofone wurden mithilfe eines Theodoliten vermessen, wobei die Messungenauigkeit hier als kleiner ± 10 mm angenommen werden kann.

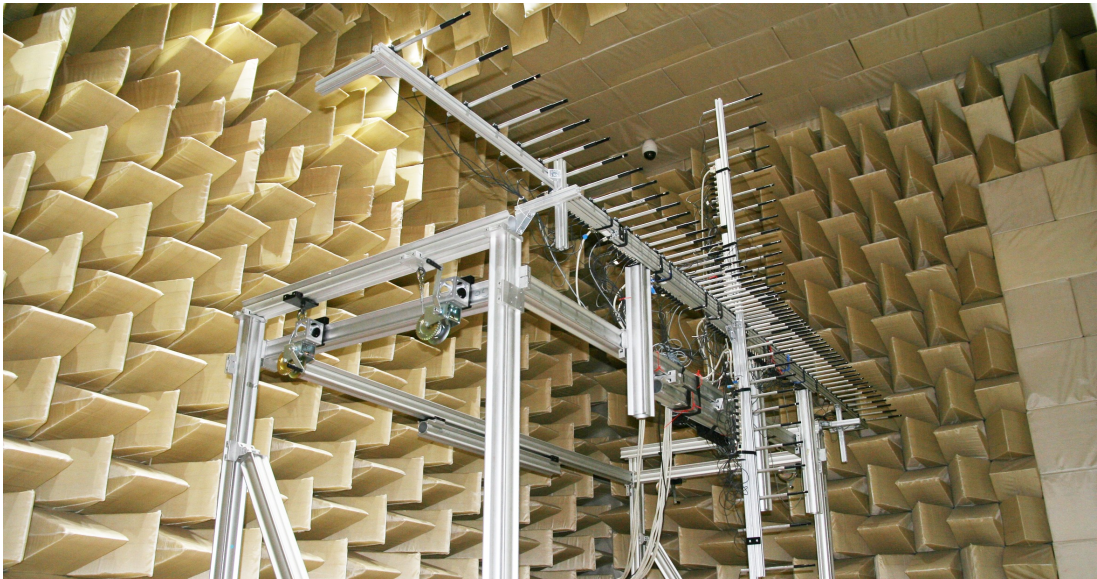


Abbildung 3.2: **Mikrofonarray im DNW-NWB.**

Schallquelle

Im Zentrum der Strömung wurde ein Strömungskörper mit einer Länge von 800 mm aufgehängt, der einen Lautsprecher enthält. Die Position des Lautsprechers war 1932 mm stromab von der Düsenkante und wurde über die Messkampagne nicht variiert. Für die Frequenzen von 5 bis 40 kHz wurde ein kreisförmiger Bändchenhohtöner verwendet (ELAC 4 PI). Das Bändchen besteht bei diesem Lautsprecher aus einem $0,6\ \mu\text{m}$ dünnen Aluminiumband mit einer Breite von 15 mm und einem Durchmesser von 90 mm [30]. Als Tieffrequenzlautsprecher von 200 Hz bis 18 kHz diente ein 6" Subwoofer Gradient Axis AXP-06.

Diese Strömungsquelle (siehe Abbildung 3.3) wurde im Rahmen der Dissertation von Kröber [31] entwickelt. Dort befindet sich auch eine detaillierte Beschreibung dieser Schallquelle. In Abbildung 3.4 ist die Richtcharakteristik des Hochfrequenzlautsprechers ohne Strömung gezeigt (aus Kröber [31]). Bezüglich des Winkels θ ist die Abstrahlung bis 20 kHz sehr homogen (Abbildung 3.4 unten). In x-Richtung zeigen sich deutliche Einbrüche von bis zu 20 dB (Abbildung 3.4 oben). Der Abstand zur Quelle betrug hierbei 1,08 m. Das heißt, für $x = \pm 0,5\ \text{m}$ beträgt der Öffnungswinkel etwa 25° .

Als Messsignal wurde weißes Rauschen mit einem Signalgenerator (Agilent 33220A) erzeugt, bandpassgefiltert (Stanford Research Systems) und verstärkt (Dynacord Amp CL 1600).

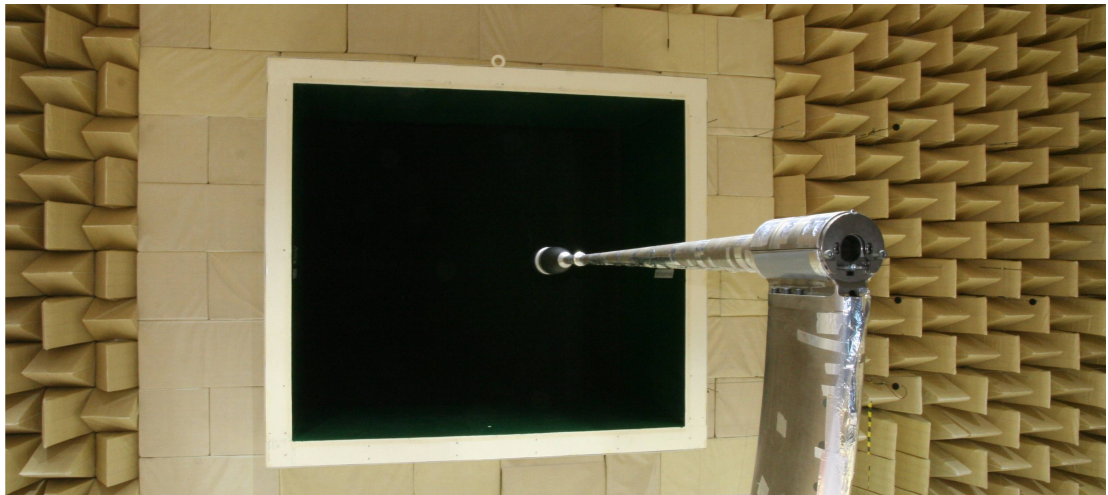


Abbildung 3.3: **Strömungskörper mit integriertem Lautsprecher im DNW-NWB.**

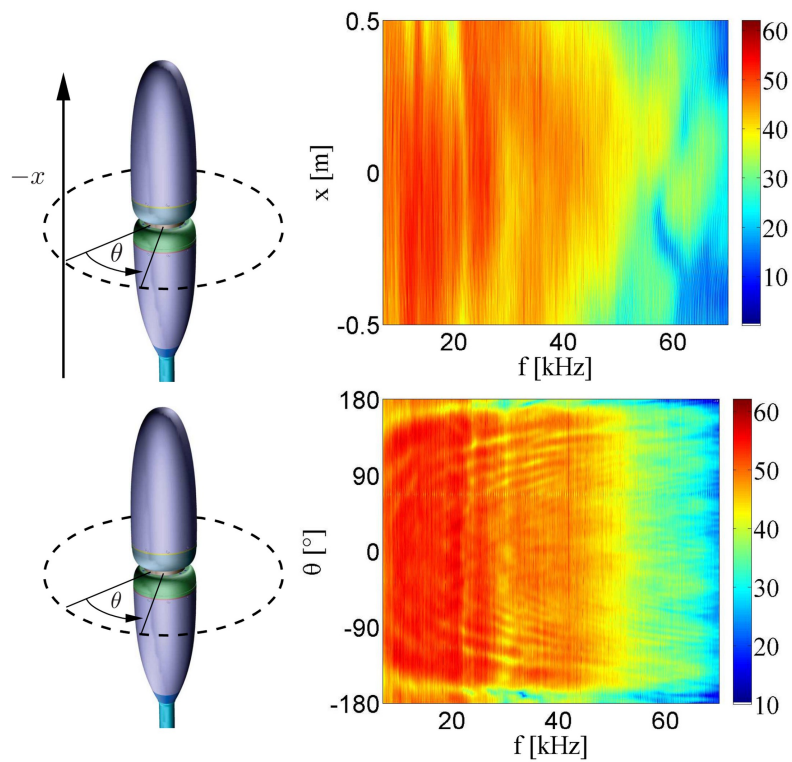


Abbildung 3.4: **Richtcharakteristik des aerodynamisch verkleideten Lautsprechers im DNW-NWB, gemessen im Abstand von 1,08 m (Abbildung aus Kröber [31]).**

Datenerfassung

Alle Mikrofone und das Lautsprechersignal wurden für jeden Messpunkt 120 Sekunden zeitsynchron mit 16 bit Auflösung mit dem Messsystem Viper vom Hersteller gbm aufgezeichnet. Die Abtastrate betrug 100 kHz für den Hochtöner, 40 kHz für den Tieftöner und 120 kHz für die Messung des Hintergrundgeräusches ohne Lautsprechersignal.

Messpunkte

Es wurde jeweils bei den Anströmgeschwindigkeiten 0, 30, 40, 50, 60, 70 und 80 m/s gemessen. Um das Hintergrundgeräusch des Windkanals abschätzen zu können, wurde bei jeder Strömungsgeschwindigkeit auch eine Messung mit ausgeschaltetem Lautsprecher durchgeführt.

Hitzdrahtmessungen

Auf der Höhe der Kanalachse ($z = 0$) wurde mit einer Hitzdrahtsonde vom Typ 55P64 des Herstellers Dantec in einem Bereich von 3 m x 1,5 m gemessen. Mit diesem Hitzdrahttyp können zwei Geschwindigkeitskomponenten (hier v_x und v_y) gleichzeitig gemessen werden. Die Daten der Hitzdrahtsonde wurden mit dem System TSI IFA 300 (*Constant-Temperature Anemometry*) bei einer Abtastfrequenz von 50 kHz aufgezeichnet. Mithilfe einer Traverse wurden y-Profile an den x-Positionen -1,5 m, -0,5 m, 0 m, 0,5 m und 1,5 m relativ zur Lautsprecherposition für die Geschwindigkeiten 30 m/s, 60 m/s und 80 m/s gemessen. In Abbildung 3.1 sind die Positionen der Hitzdrahtmessung relativ zur Düse und dem Mikrofonarray zu sehen.

3.2 Messaufbau - AKG - Akustik und PIV

Die akustische Kalibriereinrichtung Göttingen (AKG) ist ein kleiner, offener aeroakustischer Windkanal Göttinger Bauart mit einer Düsenöffnung von 0,4 m x 0,4 m = 0,16 m². Der Abstand von Düse und Kollektor beträgt ≈ 1500 mm. Zum Zeitpunkt der Messung waren die Düse und der Kollektor noch nicht mit absorbierendem Material verkleidet. Die maximale Strömungsgeschwindigkeit liegt bei 45 m/s oder $\approx 0,15$ Mach. Der reflektionsarme Raum um die Messstrecke ist nach ISO 3745 für den Frequenzbereich 100 Hz bis 20 kHz zertifiziert, mit einer akustischen Dämpfung von 99 %. Diese Werte sind jedoch nur gültig, wenn der Windkanal komplett aus dem Raum entfernt wird.

In Windkanal AKG wurde die Scherschicht mithilfe der *Stereo Particle Image Velocimetry* (kurz PIV) vermessen, um die räumlichen Strömungskorrelationen zu bestimmen. Abbildung 3.5 zeigt eine schematische Zeichnung des Messaufbau im Windkanal AKG.

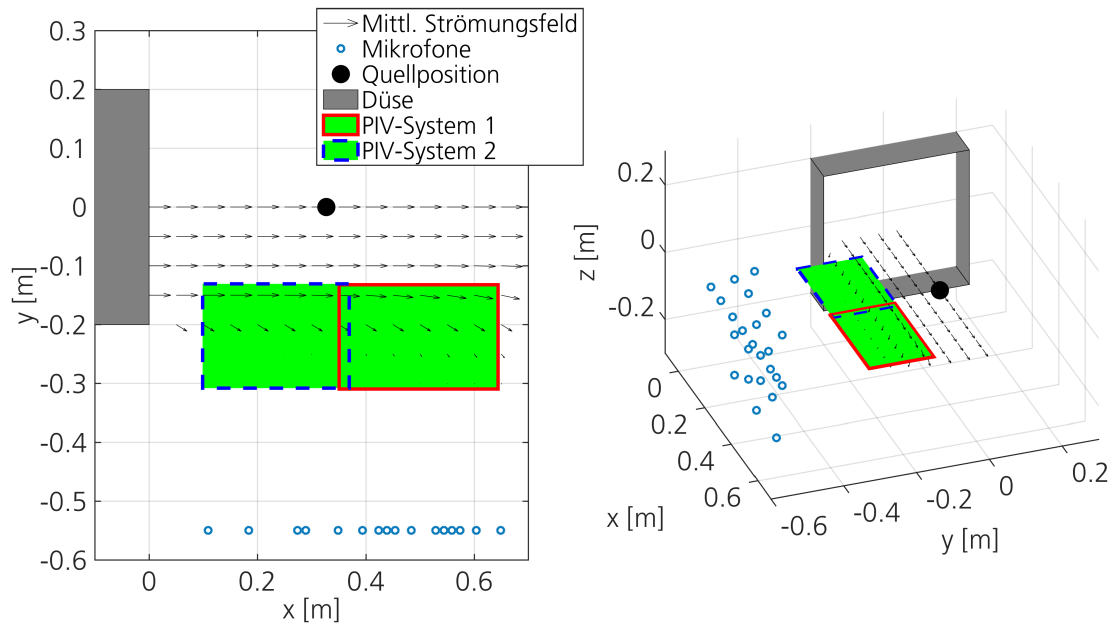


Abbildung 3.5: **Schematische Zeichnung der Geometrieverhältnisse im Windkanal AKG.**

Mikrofonarray

Außerhalb der Strömung wurde ein Array mit 24 Freifeld Mikrofonen vom Typ G.R.A.S. 1/4 Zoll 40BF platziert. Neun dieser Mikrofone befanden sich auf Höhe der Kanalachse ($z = 0$), in der selben Ebene wie das PIV-Messfeld. Der Freifeld-Frequenzgang dieser Mikrofone ist mit ± 1 dB zwischen 10 Hz und 40 kHz spezifiziert. Alle Mikrofone wurden mit einem Schallkalibrator des Types 4231 vom Hersteller Brüel & Kjær bei 1 kHz kalibriert. Das Mikrofonarray hatte eine Größe von 540 mm x 405 mm und war 550 mm von der Kanalachse entfernt.



Abbildung 3.6: **Messaufbau im AKG.**

Schallquelle

Mittig im Kanal wurde ein 1 Zoll Kompressionstreiber (BMS 4540 ND) mit aerodynamischer Verkleidung platziert (siehe Abbildung 3.6). Dieser Lautsprecher hat laut Hersteller einen Frequenzbereich von 1,2 bis 30 kHz. Die Schallöffnung befindet sich am Stromabende und hat einen Durchmesser von 5 mm. Durch den kleinen Öffnungsdurchmesser soll erreicht werden, dass das Abstrahlverhalten bis zu 30 kHz monopolarig bleibt. Als Messsignal für den Lautsprecher wurde weißes Rauschen aus einem Signalgenerator (Agilent 33500B) verwendet. Dieses wurde zwischen 5 und 50 kHz bandpassgefiltert (Stanford Research System - Butterworth Filter mit 48dB/Oktave). Mithilfe eines Leistungsverstärkers (Brüel & Kjær Type 2718 Amplifier) wurde das Signal verstärkt, sodass konstant 0,3 A und 3,1 V ($\approx 0,9$ W) am Lautsprecher anlagen.

PIV

Um die turbulenten Strukturen innerhalb der Scherschicht zu quantifizieren, wurde der Scherschichtbereich mit jeweils zwei Stereo-PIV Systemen untersucht.

Als Seeding Material wurde die Flüssigkeit Di-Ethyl-Hexyl-Sebacat (DEHS) verwendet. Die einzelnen Partikel haben einen durchschnittlichen Durchmesser von etwa $1\text{ }\mu\text{m}$. Vor jeder Messung wurde über einen Schlauch im Kollektor Seeding Material eingebracht und einige Sekunden gewartet, bis die Partikel den Windkanal mehrmals durchlaufen haben.

Als Kamerasystem kamen vier *pco.edge 5.5* vom Hersteller PCO zum Einsatz. Diese Kameras haben eine Auflösung von 2560×2160 Pixeln. Es wurde ein „global shutter“ verwendet, um eine Bewegungsverzerrung der Aufnahmen zu verhindern. Alle Kameras waren mit einem Objektiv vom Typ Carl Zeiss Planar T 60 mm ausgestattet. Die Blende wurde bei allen Messpunkten auf 5.6 und die Belichtungszeit auf $10\text{ }\mu\text{s}$ gestellt. Die Aufnahmen wurden direkt während der Messung auf der Festplatte gespeichert. Jeweils zwei der vier Kameras bildeten ein Stereopaar und betrachteten den gleichen Bildausschnitt aus einem Winkel von etwa $\pm 45^\circ$ relativ zur Kanalachse. Hierdurch wurde es möglich, alle drei Geschwindigkeitskomponenten der Strömung in der Laserschnittebene zu ermitteln. Das Messfeld der beiden Stereosysteme überlappte in der Mitte etwa 10 mm.

Als Laser wurde ein *EverGreen200 Big Sky* des Herstellers Quantel verwendet. Die Wellenlänge dieses Lasers war 532 nm (grün) und hatte eine Energie von 200 mJ pro Puls. Die Pulsbreite wurde vom Hersteller mit kleiner als 10 ns angegeben. Es waren zwei Laserköpfe verbaut, deren Strahlengänge durch eine Optik direkt nach dem Austritt vereinigt wurden. Dies ermöglichte eine Doppelpulsbelichtung mit einem sehr kurzen Zeitabstand. Dieser Zeitabstand wurde abhängig von der Strömungsgeschwindigkeit mit $140\text{ }\mu\text{s}$ ($U_0 = 10\text{ m/s}$), $70\text{ }\mu\text{s}$ ($U_0 = 20\text{ m/s}$), $47\text{ }\mu\text{s}$ ($U_0 = 30\text{ m/s}$) und $35\text{ }\mu\text{s}$ ($U_0 = 40\text{ m/s}$) gewählt. Dies entspricht einer Verschiebung der Seedingpartikel in der Kernströmung zwischen zwei Bildern von etwa $\approx 1,4\text{ mm}$. Der Laser wurde außerhalb der Messstrecke platziert, damit

dessen *tickern* nicht die akustischen Messungen beeinflusst. Die Lichtschnittebene des Lasers befand sich waagrecht, auf Höhe der Kanalachse.

Für die Berechnung der Vektorfelder aus den aufgenommenen Bilddaten wurde das Programm *PIVview 3.70* der Firma PIVTEC GmbH verwendet. Zunächst wurde die perspektivische Verzerrung herausgerechnet, bevor anschließend ein Minimumbild subtrahiert wurde. Aus den bearbeiteten Bildern wurden nun die Vektorfelder mit iterativ kleiner werdenden Korrelationsfenstern der Größe 192 x 192 Pixel bis zur endgültigen Größe von 28 x 28 Pixel berechnet. Die Überlagerung der Korrelationsfenster betrug 72 %. Dies führt zu einer physikalischen Auflösung von $\Delta x \approx 0,67$ mm und einem Messfeld von 545,3 mm x 179,3 mm in der x-y-Ebene. Eine detailliertere Beschreibung der Auswertung mittels *PIVview 3.70* findet sich in der Masterarbeit von Nkrumah [44].

In Abbildung 3.7 ist ein einzelnes, instantanes Strömungsfeld zu sehen. Dieses ist aus den Ergebnissen der beiden einzelnen Stereo-PIV Systemen zusammengesetzt. Der Überlappungsbereich liegt bei $x - x_0 = 0,36, \dots, 0,37$ m. Es ist keine Unstetigkeit im Überlappungsbereich sichtbar. Mittelungen der örtlichen Ableitungen in x-Richtung im Überlappungsbereich weisen jedoch eine Sprungstelle auf. Nkrumah [44] berechnete den prozentualen Fehler im Überlappungsbereich:

$$\begin{aligned}\varepsilon_u &= \frac{|U_1 - U_2|}{U_0} \\ \varepsilon_v &= \frac{|V_1 - V_2|}{U_0} \\ \varepsilon_w &= \frac{|W_1 - W_2|}{U_0}\end{aligned}\tag{3.1}$$

Hierbei stehen die Indizes 1 und 2 für das jeweilige Stereo-PIV System. Der durchschnittliche Fehler über den gesamten Überlappungsbereich ist $\varepsilon_u = 1,47$ %, $\varepsilon_v = 1,11$ % und $\varepsilon_w = 2$ %. Im Zentrum der Scherschicht bei $y = y_0$ ist dieser Fehler aufgrund der hohen Geschwindigkeitsgradienten etwa doppelt so groß. Außerhalb der Scherschicht ist der Fehler nur halb so groß wie der gemittelte Fehler. Oakley et. al. [45] untersuchten die Scherschicht ebenfalls mithilfe eines PIV-Systems und gaben als Fehler der instantanen Geschwindigkeitsfelder ≈ 2 % an.

Die obere linke Ecke des Bildes konnte nicht ausgewertet werden, da sich hier der Lichtschnitt noch nicht weit genug geöffnet hatte. Am oberen rechten Rand gab es eine weitere Abschattung, die wenige Millimeter des Kamerasichtfeldes verdeckt. Diese Bereiche werden in den späteren Messauswertungen nicht berücksichtigt. Die Linie bei $y = y_0$ ist eine Verlängerung der Düsenkante. Wie in Abbildung 3.7 anhand eines einzelnen Strömungsfeldes zu sehen, verteilt sich die Scherschicht nicht symmetrisch um y_0 , sondern ist leicht nach außen gedreht. Der Bildausschnitt ist dementsprechend nicht symmetrisch um y_0 .

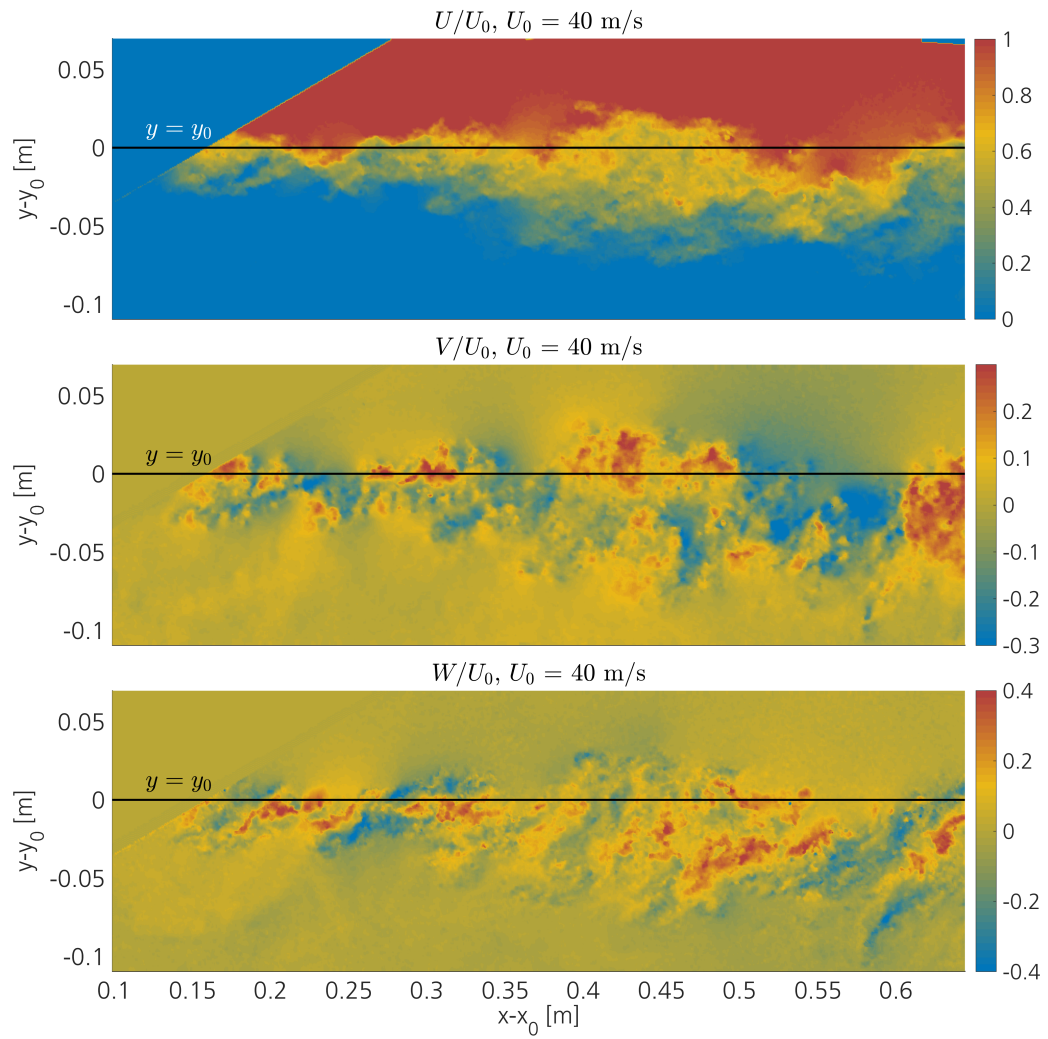


Abbildung 3.7: Instantanes Strömungsfeld bei $U_0 = 40 \text{ m/s}$.

Tabelle 3.1: **Übersicht der PIV Parameter.**

| | |
|-----------------------------------|----------------------------|
| Seeding - Material | DEHS |
| Kamera - Typ | <i>pco.edge 5.5</i> |
| Kamera - Auflösung | 2560 x 2160 Pixel |
| Kamera - Anzahl | 4 |
| Kamera - Bildfrequenz | 15 Hz |
| Anzahl Stereosysteme | 2 |
| Laser - Energie | 200 mJ |
| Laser - Wellenlänge | 532 mm |
| Auswertesoftware | <i>PIVview 3.70</i> |
| Korrelationsfenster - Initial | 192 x 192 Pixel |
| Korrelationsfenster - Final | 28 x 28 Pixel |
| Korrelationsfenster - Überlappung | 72 % |
| Vektorfeld - Auflösung | $\Delta x \approx 0,67$ mm |
| Vektorfeld - Pixel | 819 x 270 Pixel |

Datenerfassung

Die Mikrofonsignale und das Spannungssignal des Lautsprechers wurden zeitsynchron mit dem Messsystem Viper bei einer Samplingfrequenz von 200 kHz und 16 bit Auflösung aufgezeichnet. Zudem wurde mit dem gleichen Messsystem das Triggersignal des Lasers aufgezeichnet, um eine Synchronisierung zwischen Strömungsfeldmessung und Mikrofondaten zu ermöglichen.

Messpunkte

Es wurde bei den Strömungsgeschwindigkeiten 0 m/s, 10 m/s, 20 m/s, 30 m/s und 40 m/s gemessen. Es wurden keine Daten mit dem PIV-System bei der Messung ohne Strömung aufgezeichnet.

3.3 Auswertung

3.3.1 Konventionen

In dieser Arbeit wird das Geschwindigkeitsvektorfeld am Ort \mathbf{x} und zur Zeit t definiert als

$$\mathbf{v}(\mathbf{x}, t) = \begin{pmatrix} v_x(\mathbf{x}, t) \\ v_y(\mathbf{x}, t) \\ v_z(\mathbf{x}, t) \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3. \quad (3.2)$$

3 Messaufbau und Auswertemethoden

Der Operator $\langle \cdot \rangle$ beziehungsweise $\bar{\cdot}$ bildet den zeitlichen Erwartungswert und ein Apostroph ' bezeichnet nur die Schwankungsgröße ohne den Mittelwert.

$$v_i(\mathbf{x}, t) = \langle v_i(\mathbf{x}) \rangle + v'_i(\mathbf{x}, t) = \bar{v}_i(\mathbf{x}) + v'_i(\mathbf{x}, t), \text{ mit } i = x, y, z \quad (3.3)$$

Die Zwei-Punkt-Korrelation $R_{i,j}$ in einem Geschwindigkeitsvektorfeld wird in dieser Arbeit definiert als

$$\begin{aligned} R_{i,j}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \tau) &= \bar{R}_{i,j}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \tau) + R'_{i,j}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \tau) \\ &= \langle \bar{v}_i(\mathbf{x}_1, t) \bar{v}_j(\mathbf{x}_2, t + \tau) \rangle + \langle v'_i(\mathbf{x}_1, t) v'_j(\mathbf{x}_2, t + \tau) \rangle \end{aligned} \quad (3.4)$$

wobei $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2$ zwei Punkte im Raum \mathbb{R}^3 sind und $v_i(\mathbf{x})$ die Strömungsgeschwindigkeit in Richtung $i = x, y, z$ ist. Hierbei ist zu beachten, dass im Allgemeinen $R_{i,j}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2)$ nicht invariant gegenüber der Vertauschung von \mathbf{x}_1 und \mathbf{x}_2 ist. Es gilt also:

$$\begin{aligned} R_{i,j}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) &\neq R_{i,j}(\mathbf{x}_2, \mathbf{x}_1) \\ R_{i,j}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) &= R_{j,i}(\mathbf{x}_2, \mathbf{x}_1) \end{aligned} \quad (3.5)$$

Die *normierte* örtliche Zwei-Punkt-Korrelation im Geschwindigkeitsfeld wird definiert als

$$\hat{R}_{i,j}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \tau) = \frac{R_{i,j}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \tau)}{\sqrt{R_{i,i}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_1, \tau) R_{j,j}(\mathbf{x}_2, \mathbf{x}_2, \tau)}} \quad (3.6)$$

und

$$\hat{R}'_{i,j}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \tau) = \frac{R'_{i,j}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \tau)}{\sqrt{R'_{i,i}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_1, \tau) R'_{j,j}(\mathbf{x}_2, \mathbf{x}_2, \tau)}} = \frac{\langle v'_i(\mathbf{x}_1, t) v'_j(\mathbf{x}_2, t + \tau) \rangle}{\sqrt{\langle v'^2_i(\mathbf{x}_1, t) \rangle \langle v'^2_j(\mathbf{x}_2, t + \tau) \rangle}} \quad (3.7)$$

3.3.2 Kreuzleistungsspektren, Leistungsdichtespektrum und spektrale Kohärenz

Das Kreuzleistungsspektrum zwischen zwei digital aufgezeichneten Signalen $\mathbf{x}, \mathbf{y} \in \mathbb{R}^{N_{\text{Samples}}}$ wurde angelehnt in Anlehnung an Welch [66] wie folgt berechnet:

$$\begin{aligned} C_{\mathbf{x},\mathbf{y}}(f_n) &= \frac{2}{\|\mathbf{w}_{\text{win}}\| N_{\text{FFT}} M} \\ &\cdot \sum_{m=0}^{M-1} \mathcal{F}(\mathbf{w}, \begin{pmatrix} x_{mN_{\text{FFT}}} \\ \vdots \\ x_{(m+1)N_{\text{FFT}}-1} \end{pmatrix}, n) \mathcal{F}^*(\mathbf{w}, \begin{pmatrix} y_{mN_{\text{FFT}}} \\ \vdots \\ y_{(m+1)N_{\text{FFT}}-1} \end{pmatrix}, n) \end{aligned} \quad (3.8)$$

Hierbei ist M die Anzahl der Mittelungen

$$M = \left\lceil \frac{N_{\text{Samples}} - N_{\text{Shift}}}{N_{\text{FFT}}} \right\rceil, \quad (3.9)$$

3.3 Auswertung

N_{Samples} die Anzahl der Zeitsamples, N_{FFT} die FFT-Größe, N_{Shift} die Anzahl der Sampleshifts pro FFT-Block, $\mathbf{w} \in \mathbb{R}^{N_{\text{FFT}}}$ die Fensterfunktion, \mathcal{F} die digitale Fouriertransformation

$$\mathcal{F}(\mathbf{w}, \mathbf{x}, n) = \sum_{k=0}^{N_{\text{FFT}}-1} w_k x_k e^{-2\pi j \frac{kn}{N_{\text{FFT}}}}, \quad (3.10)$$

$f_n = n \frac{f_s}{N_{\text{FFT}}}$ die diskreten Frequenzen und f_s die Abtastfrequenz. In dieser Arbeit wurde ausschließlich das Von-Hann-Fenster $w_n = 0,5 - 0,5 \cos\left(\frac{2\pi n}{N_{\text{FFT}}-1}\right)$ mit einem Shift von $N_{\text{Shift}} = N_{\text{FFT}}/2$ verwendet. Das Leistungsdichtespektrum $\text{PSD}_{\mathbf{x},\mathbf{y}}(f)$

$$\text{PSD}_{\mathbf{x},\mathbf{y}}(f) = \frac{1}{\Delta f} C_{\mathbf{x},\mathbf{y}}(f_n) = \frac{N_{\text{FFT}}}{f_s} C_{\mathbf{x},\mathbf{y}}(f_n) \quad (3.11)$$

und die Kohärenz γ^2 zwischen den Signalen \mathbf{x} und \mathbf{y}

$$\gamma_{\mathbf{x},\mathbf{y}}^2(f) = \frac{|C_{\mathbf{x},\mathbf{y}}(f)|^2}{C_{\mathbf{x},\mathbf{x}}(f) C_{\mathbf{y},\mathbf{y}}(f)} \quad (3.12)$$

kann nun mithilfe der Kreuzleistungsspektren berechnet werden. An dieser Stelle sei explizit darauf hingewiesen, dass $|C_{\mathbf{x},\mathbf{y}}(f)|^2$ die Einheit Pa^4 besitzt und proportional zur akustischen Energie oder Leistung zum Quadrat ist. In dieser Arbeit wird die Kohärenz oft in dB dargestellt. Ein äquivalenter akustischer Wert in dB ergibt sich immer erst nach der Division durch zwei. -40 dB Kohärenz zwischen zwei Sensoren außerhalb der Scherschicht bedeuten demnach einen akustischen Pegelverlust von -20 dB.

3.3.3 Zeitlich verschobene Kreuzleistungsspektren

Wird die Anzahl der FFT-Stützstellen N_{FFT} klein gewählt, wird ein Fehler relevant, falls die physikalisch bedingte Verzögerung Δt zwischen den beiden Signalen \mathbf{x} und \mathbf{y} in die Größenordnung von $\frac{N_{\text{FFT}}}{f_s}$ kommt. Der Korrelationswert sinkt ab, obwohl eine Korrelation in den Signalen vorhanden ist. Ist die physikalisch bedingte Verzögerung bekannt, kann dieser Effekt kompensiert werden. Dazu wird bei der Berechnung des Kreuzleistungsspektrums eines der beiden Signale künstlich verzögert:

$$C_{\mathbf{x},\mathbf{y}}(f_n) = \frac{2}{\|\mathbf{w}\| N_{\text{FFT}} M} \cdot \sum_{m=0}^{M-1} \mathcal{F}(\mathbf{w}, \begin{pmatrix} x_{mN_{\text{FFT}}+\Delta t \cdot f_s} \\ \vdots \\ x_{(m+1)N_{\text{FFT}}-1+\Delta t \cdot f_s} \end{pmatrix}, n) \mathcal{F}^*(\mathbf{w}, \begin{pmatrix} y_{mN_{\text{FFT}}} \\ \vdots \\ y_{(m+1)N_{\text{FFT}}-1} \end{pmatrix}, n) \quad (3.13)$$

3.3.4 Entfernung des Hintergrundgeräusches

In Windkanälen steigt das Hintergrundgeräusch mit tiefer werdender Frequenz und steigender Strömungsgeschwindigkeit. Um das eigentliche Messsignal nicht zu verfälschen, ist

es möglich, dieses Hintergrundgeräusch von der eigentlichen Messung zu „subtrahieren“. Dies erfolgt auf Basis der Kreuzspektralmatrizen $\mathbf{C}(f) \in \mathbb{C}^{N \times N}$. Unbedingt notwendig für diese Technik ist eine Messung, in der das Hintergrundgeräusch dominiert und das zu erwartende Messsignal möglichst nicht vorhanden ist. Eine einfache Möglichkeit ist es, die beiden Kreuzspektralmatrizen voneinander zu subtrahieren:

$$\mathbf{C}_{\text{Signal}} = \mathbf{C}_{\text{Signal+Noise}} - \mathbf{C}_{\text{Noise}} \quad (3.14)$$

Sind die beiden zu subtrahierenden Werte etwa gleich groß, kommt es jedoch zu beliebig großen Fehlern bei der weiteren Verwendung der Kreuzspektren. Es ist zum Beispiel möglich, dass Kohärenzen in $\mathbf{C}_{\text{Signal}}$ größer als eins werden. Dies kann dann auftreten, wenn $\mathbf{C}_{\text{Noise}} > \mathbf{C}_{\text{Signal+Noise}}$ ist. Der Grund hierfür ist, dass die Matrix $\mathbf{C}_{\text{Signal}}$ nicht mehr zwingend positiv definit ist. Bahr et. al. [5] führte 2015 eine eigenwertbasierte Methode ein. Bei dieser verbleiben nur positive Eigenwerte in der Matrix $\mathbf{C}_{\text{Signal}}$. Er konnte zeigen, dass eine Berechnung von physikalisch sinnvollen Kohärenzen auch nach der Subtraktion des Hintergrundgeräusches möglich ist. Daher wird in dieser Arbeit ausschließlich die Methode nach Bahr et. al. [5] angewendet. Sofern die Methode nach Bahr [5] in dieser Arbeit angewendet wird, wird darauf explizit hingewiesen.

3.3.5 Beamforming

Beamforming ist eine Standardtechnik zur Lokalisierung und Quantifizierung akustischer Quellen und wurde in zahlreichen Publikationen ausführlich beschrieben. Eine zusammenfassende Betrachtung für aeroakustische Fragestellungen findet sich zum Beispiel in Sijtsma [60] oder Mueller [42].

Der *conventional Beamformer* kann mithilfe der Kreuzspektralmatrix \mathbf{C} folgendermaßen beschrieben werden:

$$b(\mathbf{y}) = \frac{\mathbf{g}^* \mathbf{C} \mathbf{g}}{\|\mathbf{g}\|_2^4} = \frac{\sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^N g_n g_m^* C_{n,m}}{\sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^N |g_n|^2 |g_m|^2} \quad (3.15)$$

Hierbei ist $b(\mathbf{y})$ die geschätzte Quellstärke am Ort \mathbf{y} in Pa^2 . g_n beschreibt die Green'sche Funktion vom Quellort \mathbf{y} zum Mikrofonort \mathbf{x}_n . Der Vektor \mathbf{g} oder auch $\mathbf{g} / \|\mathbf{g}\|_2^2$ wird als *steering vector* bezeichnet. Allgemeiner kann $b(\mathbf{y})$ auch mithilfe des Erwartungswertes der Korrelation zwischen zwei Mikrofonen n und m beschrieben werden

$$b(\mathbf{y}) = \frac{\sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^N G_{n,m} C_{n,m}}{\sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^N |G_{n,m}|^2} \quad (3.16)$$

wobei

$$G_{n,m} = \langle g_n g_m^* \rangle \quad (3.17)$$

gilt. Dies ist eine Umformulierung von Formel 3.15. Üblicherweise sind zwei Annahmen an $G_{n,m}$ geknüpft:

1. $G_{n,m}$ ist bezüglich g_n und g_m separierbar.

$$G_{n,m} = \langle g_n \rangle \langle g_m^* \rangle$$
2. g_n ist keine Zufallsvariable, sondern eine deterministisch bestimmte Zahl. Das heißt es gilt $\langle g_n \rangle = g_n$.

Beide Annahmen sind nicht gültig, wenn die Beeinflussung durch die Scherschicht in \mathbf{G} berücksichtigt wird. Aus einem *steering vector* \mathbf{g} wird eine *steering matrix* \mathbf{G} . Die Theorieergebnisse aus Kapitel 2 können direkt in Gleichung 3.17 eingesetzt werden, um ein korrigiertes Beamformingergebnis zu erhalten, das den Kohärenzverlust durch die Scherschicht ausgleicht.

$$G_{n,m} = \langle g_n g_m^* \rangle = \langle p(\mathbf{x}_n) p^*(\mathbf{x}_m) \rangle \quad (3.18)$$

In Abschnitt 5.6 wird diese Korrektur angewendet und der Einfluss auf die Dynamik und das Auflösungsvermögen des *conventional Beamformer* anhand von Messdaten aus dem DNW-NWB gezeigt.

4 Messergebnisse

In diesem Kapitel werden die Messergebnisse der im letzten Kapitel beschriebenen Experimente vorgestellt und diskutiert.

Zunächst werden in Abschnitt 4.1 die Messergebnisse aus dem Windkanalexperiment DNW-NWB beschrieben. Hier lag der Fokus auf der direkten Messung des akustischen Kohärenzverlustes zweier Mikrofone aufgrund der Scherschicht im Frequenzbereich von 1 kHz bis 25 kHz. Die akustische Kohärenz wurde in Strömungsrichtung mit 60 Mikrofonen im Bereich zwischen 0 m und 6 m Abstand von der Düse gemessen. Zusätzlich wurde mit 28 Mikrofonen der Kohärenzverlust quer hierzu gemessen. Das Hintergrundgeräusch des Windkanals wird exemplarisch für ein Mikrofon gezeigt. Es folgen die Auswertungen der Strömungsmessungen mittels Hitzdraht. Diese umfassen Profile der mittleren Strömung und der Turbulenz.

In Abschnitt 4.2 werden die Messergebnisse aus dem Windkanal AKG gezeigt. Der Fokus dieses Experimentes lag auf der Messung der Strömungskorrelationen in der Scherschicht. Der Einsatz der PIV-Messtechnik in diesem Windkanal erlaubt die Auswertung aller räumlichen Strömungsparameter in der Lichtschnittebene. Es wird die Selbstähnlichkeit sowohl der mittleren Strömung, als auch der Strömungskorrelationen gezeigt. Der akustische Kohärenzverlust wurde in einem Frequenzbereich von 5 bis 50 kHz mit 8 Mikrofonen im Bereich zwischen 0,1 m und 0,7 m gemessen.

4.1 Messergebnisse - NWB

Ziel dieser Messung war die Bestimmung der Korrelation und Kohärenz von Mikrofonpaaren außerhalb der Scherschicht unter Anregung durch eine bekannte, monopolarartige Schallquelle in der Kernströmung. Der Übertragungsweg der Schallwelle wird durch die turbulente Scherschicht gestört. Da sich die turbulenten Strukturen in der Scherschicht bewegen, ist diese Störung nicht nur zeitabhängig, sondern auch nicht linear. Beide Effekte führen zu einer verringerten gemessenen Korrelation und Kohärenz zwischen den Mikrofonpaaren. Aus den Messdaten geht hervor, dass eine proportionale Änderung der Strömungsgeschwindigkeit den gleichen Einfluss hat wie eine proportionale Änderung der Frequenz. Die Kohärenz ist demnach eine Funktion F , die von dem Produkt aus Frequenz f und Strömungsgeschwindigkeit U_0 abhängt.

$$\gamma = F(f \cdot U_0) \quad (4.1)$$

4 Messergebnisse

Aus diesem Grund wird in diesem Abschnitt davon abgesehen die Kohärenz für verschiedene Strömungsgeschwindigkeiten zu diskutieren. Eine Diskussion der Kohärenz in Abhängigkeit der Strömungsgeschwindigkeit folgt im Abschnitt 5.5 unter Bezugnahme auf die drei vorgestellten Theorien.

4.1.1 Akustik unter 5 kHz

Bei tiefen Frequenzen wird erwartet, dass der Kohärenzverlust wesentlich geringer ausfällt als bei höheren Frequenzen. In der Theorie nach Lighthill (Abschnitt 2.3.3) wächst die quadrierte Amplitude der gestreuten Welle mit $\langle p_s p_s^* \rangle \sim f^4$, während die Korrelationen in der Theorie mit parabolischer Näherung exponentiell quadratisch $\langle p_1 p_2^* \rangle \sim (\cdot)^{f^2}$ mit der Frequenz anwächst. Im Umkehrschluss bedeutet dies, dass bei niedrigen Frequenzen der Kohärenzverlust durch die Scherschicht klein wird. Neben der Scherschicht beeinflussen andere Effekte, wie das Hintergrundgeräusch im Windkanal oder Störquellen, die Kohärenz. Ist der Kohärenzverlust durch die Scherschicht klein gegenüber diesen Störungen, wird nicht der Einfluss der Scherschicht gemessen, sondern eben dieser Störungen. Diese sind in verschiedenen Windkanälen sehr unterschiedlich.

In Abbildung 4.1 ist das Spektrum des mittleren Array-Mikrofons zu sehen, für die Strömungsgeschwindigkeiten zwischen $U_0 = 30$ m/s und $U_0 = 80$ m/s mit ausgeschaltetem und für $U_0 = 0$ m/s mit eingeschaltetem Tieffrequenzlautsprecher. Dieses Mikrofon befindet sich in x -Richtung 3 m stromab der Düse und 2,4 m in y -Richtung von der Düsenkante.

Ab einer Strömungsgeschwindigkeit von 50 m/s zwischen 1,5 und 3,5 kHz und ab 70 m/s unter 3,5 kHz wird die Akustik durch das Hintergrundgeräusch des Windkanals dominiert. Nur für die Frequenzen oberhalb von 3,5 kHz ist der tieffrequente Lautsprecher für alle Strömungsgeschwindigkeiten wenige dB lauter als das Hintergrundgeräusch.

Wie in Abschnitt 3.3.2 erläutert, wurde die Kohärenz zwischen allen Mikrofonen berechnet. Die Blockgröße betrug 40 ms. Dies entspricht einer Frequenzauflösung von 25 Hz oder 1600 Samples. Anschließend wurde die Kohärenz pro Terz-Band gemittelt. In Abbildung 4.2 ist die Kohärenz zwischen allen Mikrofonpaaren aus dem linearen Array in Strömungsrichtung bei einer Strömungsgeschwindigkeit von $U_0 = 40$ m/s zu sehen. Sowohl die horizontale, als auch die vertikale Achse beschreiben die Position der Mikrofone in Strömungsrichtung x . Die linke obere und rechte untere Hälfte sind hierbei spiegelsymmetrisch, da die Kohärenz eine kommutative Größe ist. In dieser Abbildung ist die Kohärenz in Dezibel dargestellt. Die Einheit von Nenner und Zähler bei der Berechnung der Kohärenz ist Pa^4 . Das heißt, die Werte in Dezibel, dividiert durch zwei, sind direkt mit einem akustischen Pegelverlust vergleichbar. Auf der Diagonalen, die die Kohärenz der Mikrofone mit sich selbst beschreibt, ist die Kohärenz exakt eins beziehungsweise 0 dB. Zu beachten ist, dass die Abbildung eine Interpolation bezüglich des Ortes enthält. Dies verursacht kleinere Artefakte, wie das deutliche Muster der Diagonalen bei 5 kHz, die darstellungsbedingt auf-

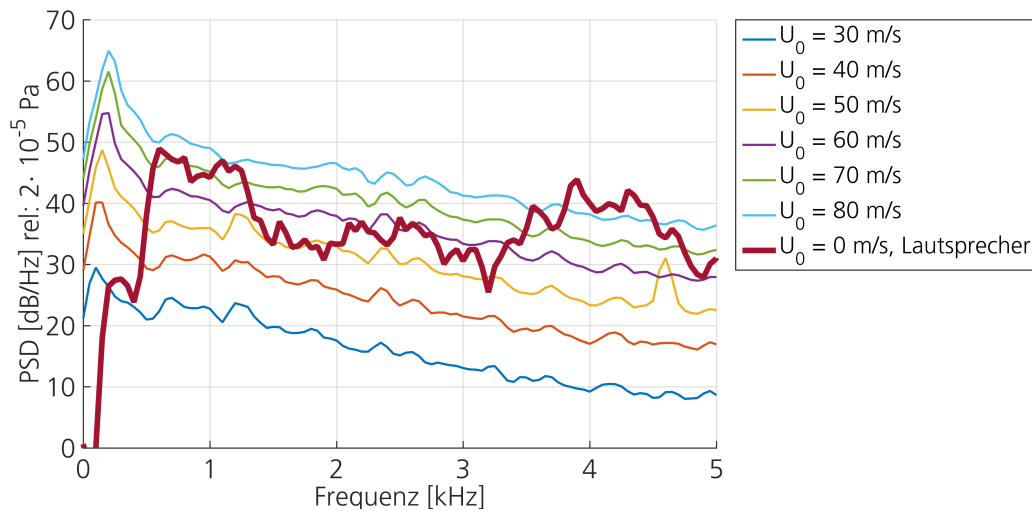


Abbildung 4.1: **Spektrale Leistungsdichte des Schalldrucks 3 m stromab der Düse und in 2,4 m Abstand zur Düsenkante (y -Richtung) im DNW-NWB. 1,92 m stromab der Düse in der Kernströmung befindet sich der Tieffrequenzlautsprecher.**

treten. Ab einer Frequenz von 1,3 kHz ist der Abfall der Kohärenz mit steigendem Abstand zur Düse x deutlich zu sehen. Der Kohärenzverlust zwischen 1,6 und 3,1 kHz ist höher als bei 4 und 5 kHz. Dies steht im Widerspruch zu der oben geschilderten Erwartung, dass der Kohärenzverlust mit der Frequenz steigt. Ein Grund hierfür ist das schlechte Signal-Rausch-Verhältnis in diesem Frequenzbereich. Das Hintergrundgeräusch ist in diesem Fall von $U_0 = 40$ m/s nur 10 dB unter dem Lautsprechersignal. Auch ohne Strömung ist in diesem Frequenzbereich die Kohärenz niedriger als bei 4 bis 5 kHz.

Trotz des Hintergrundgeräusches zeigt sich bei 4 und 5 kHz das erwartete Verhalten der Kohärenz. Mit steigender Frequenz und mit steigendem Abstand der Mikrofone sinkt die Kohärenz, außerdem sinkt die Kohärenz, je weiter sich ein Mikrofonpaar stromab befindet. Im Vergleich der beiden Grafiken für 4 und 5 kHz fällt auf, dass die Form des Kohärenzverlustes nahezu identisch ist. Der räumliche Kohärenzverlust bei 4 kHz wirkt wie ein vergrößerter Ausschnitt der Messergebnisse bei 5 kHz. Bei 5 kHz und $U_0 = 40$ m/s ist der Kohärenzverlust insgesamt bei über 6 dB.

Wird das Hintergrundgeräusch mit der in Abschnitt 3.3.4 vorgestellten Methode nach Bahr et. al. [5] subtrahiert, steigt die Kohärenz auch unter 2,5 kHz mit fallender Frequenz (siehe Abbildung 4.3). Die Kohärenz ohne Strömung und ohne Subtraktion des Hintergrundgeräusches ist zwischen 1,3 kHz und 2,5 kHz im Bereich -2 dB bis -1 dB (ohne Abbildung). Diese Werte können als Messrauschen betrachtet werden.

4 Messergebnisse

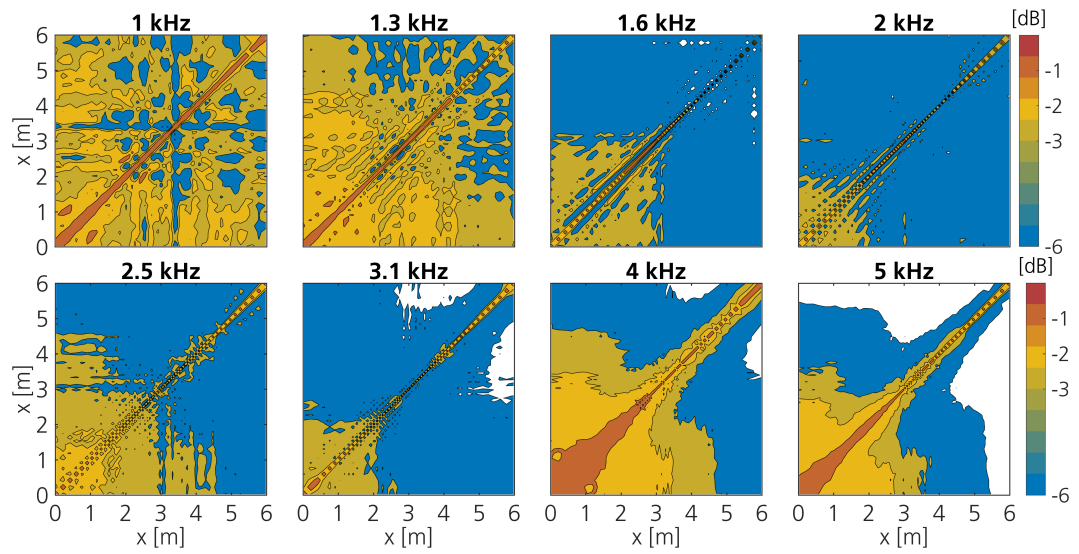


Abbildung 4.2: Kohärenz γ^2 über x , gemittelt pro Terz-Band $U_0 = 40$ m/s im DNW-NWB.

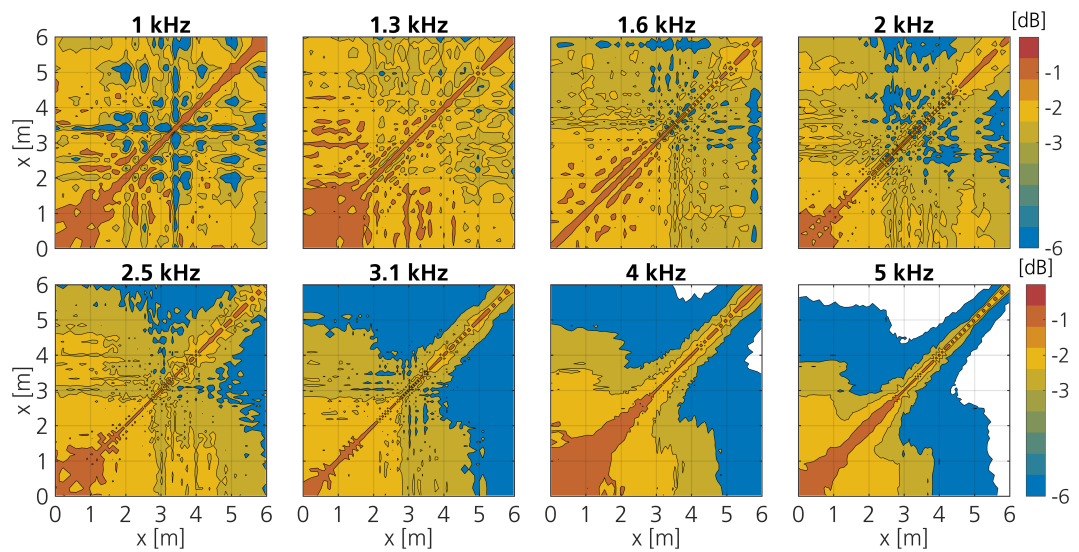


Abbildung 4.3: Kohärenz γ^2 über x , gemittelt pro Terz-Band $U_0 = 40$ m/s im DNW-NWB, Hintergrundgeräusch subtrahiert nach Bahr et. al. [5].

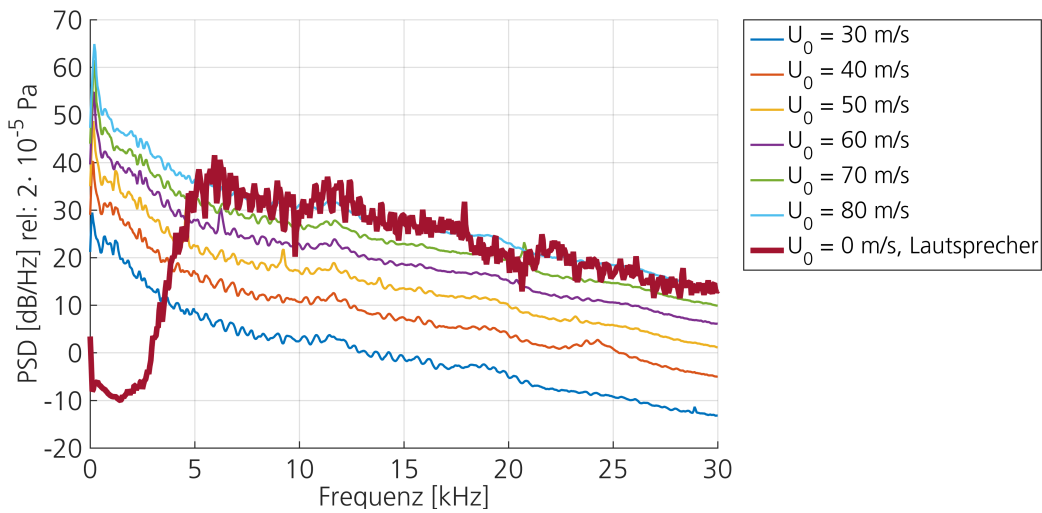


Abbildung 4.4: **Spektrale Leistungsdichte des Schalldrucks 3 m stromab der Düse und in 2,4 m Abstand zur Scherschicht im DNW-NWB. 1,92 m stromab in der Kernströmung befindet sich der Hochfrequenzlautsprecher.**

4.1.2 Akustik über 5 kHz

Für die Frequenzen oberhalb von 5 kHz wurde der in Abschnitt 3.1 beschriebene Lautsprecher verwendet. In Abbildung 4.4 ist für das zentrale Mikrofon (3 m stromab der Düsenkante) das Hintergrundgeräusch der verschiedenen Strömungsgeschwindigkeiten sowie das Lautsprechersignal ohne Strömung zu sehen. Das Hintergrundgeräusch fällt mit etwa 10 dB pro Oktave ab. Der Lautsprecher ist ungefähr so laut wie die Strömung bei der höchsten Geschwindigkeit von $U_0 = 80$ m/s. Ein ausreichender Signal-Rausch-Abstand von 10 bis 20 dB ist nur für Strömungsgeschwindigkeiten bis 60 m/s vorhanden.

In Abbildung 4.5 ist die mit dem Hochfrequenzlautsprecher gemessene Kohärenz für die Terz-Frequenzen 5 bis 25 kHz bei der Strömungsgeschwindigkeit $U_0 = 40$ m/s zu sehen. In diesem Frequenzbereich ist eine Subtraktion des Hintergrundgeräusches nicht notwendig, da sich hierdurch keine Veränderung ergibt. Als Blockgröße zur Berechnung der Kohärenz wurde, wie beim Tieffrequenzlautsprecher, 40 ms gewählt. Dies entspricht einer Frequenzauflösung von 25 Hz oder 4000 Samples. Wie schon im vorhergehende Abschnitt beschrieben, ist die horizontale und vertikale Achse in allen Grafiken der Abstand in Strömungsrichtung x zur Düsenkante.

Der steigende Kohärenzverlust bei steigender Frequenz ist deutlich zu sehen und reicht von maximal 12 dB bei 5 kHz bis über 40 dB bei 25 kHz bei den größten Mikrofonabständen. In Abbildung 4.4 ist der Abstand eines Mikrofonpaares r_d umso größer, je weiter der entsprechende Punkt von der Diagonalen entfernt liegt (siehe zweites Koordinatensystem

4 Messergebnisse

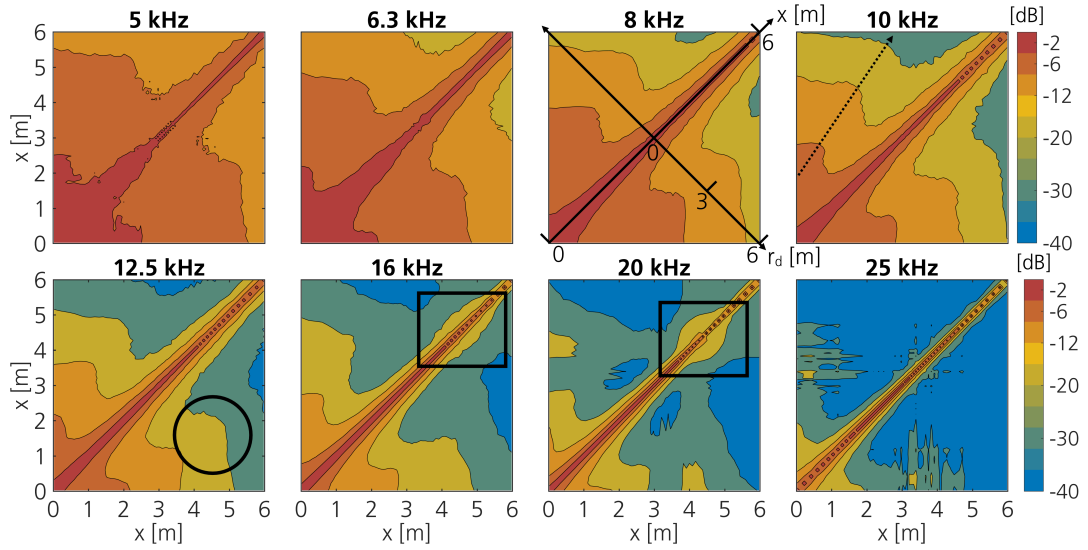


Abbildung 4.5: **Kohärenz γ^2 über x , gemittelt pro Terz-Band bei $U_0 = 40$ m/s im DNW-NWB**

bei 8 kHz).

Grundsätzlich sinkt die Kohärenz mit dem Abstand r_d der Mikrofonpaare bei allen Frequenzen. Dieser Trend wird nur in einem Mikrofonabstand von 2 bis 3 Metern durchbrochen. Hier steigt die Kohärenz mit steigendem Mikrofonabstand r_d leicht an und fällt danach wieder ab (siehe eingekreister Bereich bei 12,5 kHz). Der Mikrofonabstand r_d steigt bei diesem lokalen Kohärenzmaximum linear mit dem Abstand x des Mikrofonpaares zur Düse. Das legt den Schluss nahe, dass die linear wachsende Scherschichtbreite mit dem Kohärenzmaximum in Zusammenhang steht. Bei den Frequenzen 16 und 20 kHz fällt die Kohärenz bei den Mikrofonen die 4 bis 5 m stromab liegen, weniger stark ab als bei den Mikrofonen, die 3 bis 4 m stromab liegen (siehe mit Rechteck markierter Bereich). Dieser Effekt verschwindet, wenn das Korrelationsfenster für die Berechnung der Kohärenz verringert und zeitlich passend verschoben wird (wie in Abschnitt 3.3.3 beschrieben). Die akustische Wellenlänge bei 16 kHz beträgt etwa 2 cm. Die integrale Korrelationslänge Λ_x einer ebenen Scherschicht bei $x = 5$ m stromab der Düse ist laut Jones et. al. [27]

$$\Lambda_x = 0.033x = 0.033 \cdot 5 \text{ m} \approx 16 \text{ cm} \quad (4.2)$$

Damit ist die akustische Wellenlänge in diesem Frequenzbereich wesentlich kleiner als die integrale Korrelationslänge der Strömung. Folglich sind die Gesetze der Strahlenakustik anwendbar. Dies führt zu einem Aufbrechen der eigentlichen Wellenfronten. Die akustische Welle kann unterschiedliche Wege innerhalb der Scherschicht nehmen und zu unterschiedlichen Zeiten am Mikrofonort ankommen. Durch eine kleinere Wahl des Korrelationsfensters werden verzögerte Signalanteile abgeschnitten. Bei höheren Strömungsgeschwindigkeiten U_0 tritt dieser Effekt weiter stromab auf. Der Ort und die Strömungsgeschwindigkeit hängen jedoch nicht linear zusammen. Bei 25 kHz ist dieser Effekt jedoch nicht zu beob-

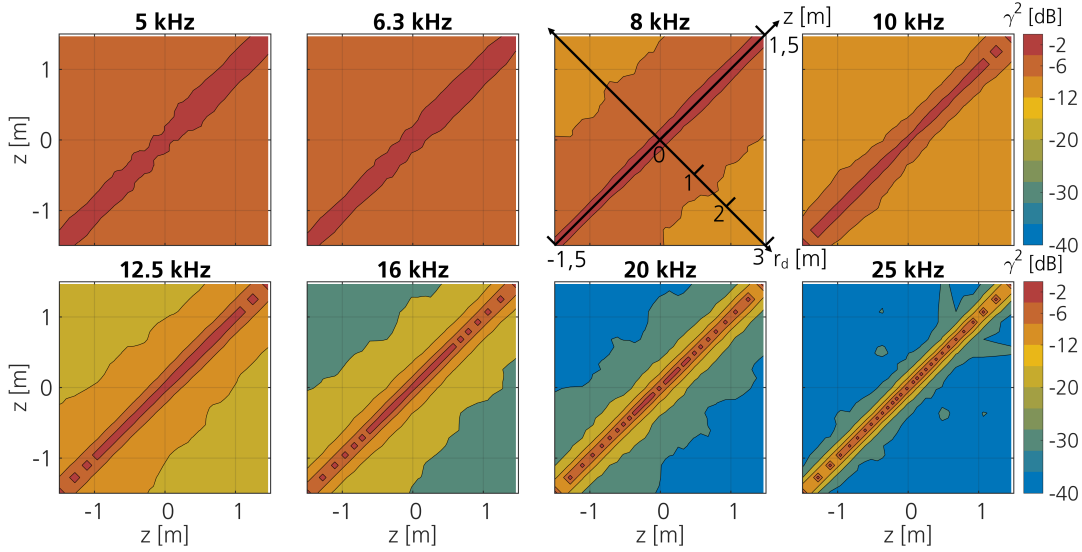


Abbildung 4.6: **Kohärenz γ^2 über z an der Stelle $x = 3$ m, gemittelt pro Terz-Band bei $U_0 = 40$ m/s im DNW-NWB.**

achten. Es konnte nicht abschließend erklärt werden, was die Ursache dieses Effektes ist. Möglicherweise hängt der Effekt direkt mit dem Messaufbau und den besonderen Charakteristika des Windkanals zusammen.

In Abbildung 4.6 ist die Kohärenz γ^2 für alle Mikrofonpaare aus dem vertikalen Mikrofonarray an der Stelle $x = 3$ m in z -Richtung zu sehen. Die Kohärenz sinkt, unabhängig von der z -Position des Mikrofonpaares, gleichmäßig mit dem Mikrofonabstand r_d . Desweiteren sinkt die Kohärenz mit steigender Frequenz.

4.1.3 Hitzdrahtmessungen

Die in Abschnitt 3.1 beschriebenen Hitzdrahtmessungen wurden jeweils für die Komponente v_x in Strömungsrichtung x und v_y transversal dazu in y -Richtung getrennt ausgewertet. Die mittleren Strömungsprofile sind in Abbildung 4.7 oben links und oben rechts zu sehen. Wie in der Legende beschrieben, stellen die Farben die unterschiedlichen Positionen in Strömungsrichtung x dar. Dargestellt sind diese Werte über der normierten Scherschichtbreite $\xi = \frac{y-y_0}{x-x_0}$. Der Punkt (x_0, y_0) befindet sich auf der Düsenkante. Positive Werte von ξ liegen damit innerhalb der Kernströmung. Wie schon in den einfachen analytischen Lösungen von Tollmien [64] und Görtler [20], sowie den zahlreichen experimentellen Untersuchungen (zum Beispiel Fiedler et. al. [67]), ist die ebene Scherschicht selbstähnlich. Abbildung 4.7 (oben rechts) zeigt, dass die mittlere transversale Strömung $\overline{v_y}/U_0$ nur für

4 Messergebnisse

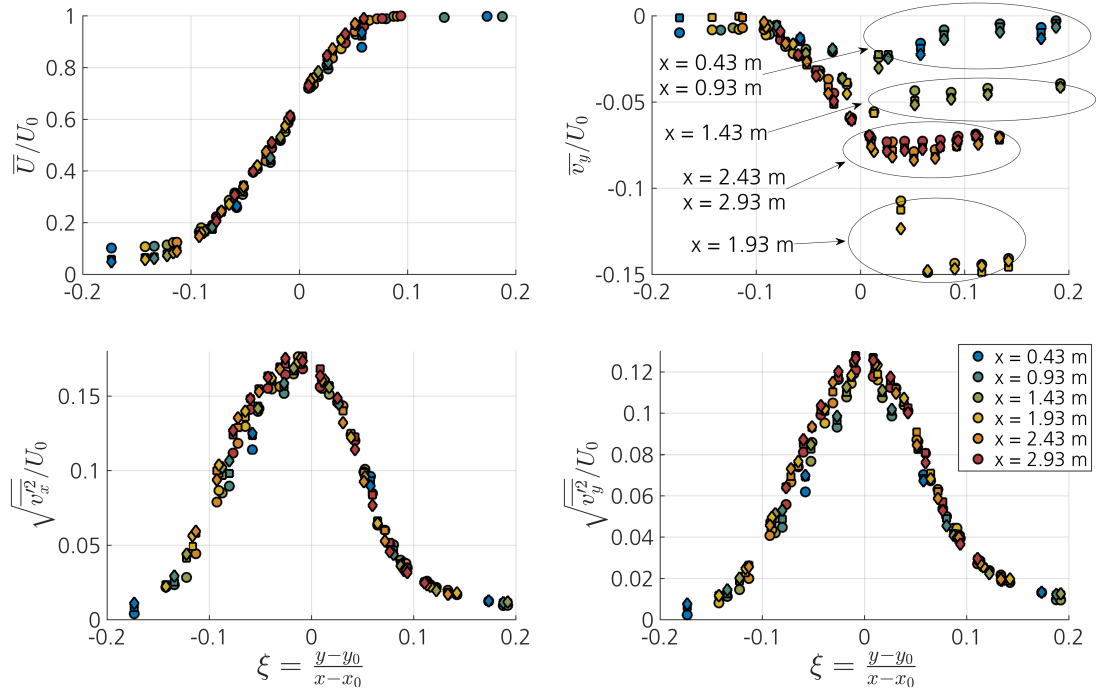


Abbildung 4.7: Hitzdrahtmessungen, • = 30 m/s, ■ = 60 m/s, ◆ = 80 m/s im DNW-NWB.

negative Werte von ξ selbständig ist. Da die y -Achse von der Scherschicht in die Kernströmung zeigt, bedeuten negative Werte für \bar{v}_y eine Strömung aus dem Kanal heraus. Für $x > 2$ m ist diese bei 7,5 % der Kernströmung.

Bei $x = 1,93$ m, dies entspricht der Position des Lautsprechers, beträgt die mittlere transversale Strömung 15 % der Kernströmung. Dies ist unabhängig von der Strömungsgeschwindigkeit und legt den Schluss nahe, dass die aerodynamische Verkleidung des Lautsprechers hier einen signifikanten Einfluss auf die mittlere transversale Strömung hat. Weiter stromauf wird die mittlere transversale Strömung wieder kleiner und ist für $x < 0,93$ m und $\xi > 0,1$ geringer als 1 % der Kernströmung. Der Verlauf von \bar{v}_y/U_0 weicht insgesamt um etwa $\pm 5\%$ von theoretischen (nach Görtler [20] oder Tollmien [64]) und gemessenen Werten (nach Laufer et. al. [34]) ab. Die transversale Strömung aus der Kernströmung heraus Richtung Mikrofonarray ist demnach um 5 % höher als bei einer ebenen freien Scherschicht.

Im Gegensatz hierzu weichen die Effektivwerte der Turbulenzintensität sowohl in strömungs- als auch transversaler Richtung nur geringfügig voneinander ab (siehe Abbildung 4.7 unten links und unten rechts).

In Fiedler [67] wird angegeben, dass die Selbstähnlichkeit erst ab einer Reynolds-Zahl von

$Re_x = 3 \cdot 10^5$ entsteht. Dies entspricht einem Abstand zur Düse von

$$x^* = \frac{Re_x \nu}{U_0} \approx \frac{6,2 \frac{1}{s}}{U_0}. \quad (4.3)$$

An diesem Punkt schlagen die Kelvin-Helmholtz-Instabilitäten der zwei Luftschichten in eine turbulente Scherschicht um. Dieser Punkt wird im Folgenden als turbulenter Umschlag bezeichnet. Bei der niedrigsten Strömungsgeschwindigkeit von $U_0 = 30$ m/s im DNW-NWB ist der turbulente Umschlagspunkt bereits bei $x^* \approx 0,2$ m erreicht und die Scherschicht kann als selbständig bezeichnet werden. Das Maximum der Turbulenz in Strömungsrichtung x beträgt 16,5 % bis 17,5 % und liegt bei $\xi \approx -0,01$. Das Maximum der Turbulenz in transversaler Strömungsrichtung y beträgt 12 % bis 13 %.

Die gemessenen Turbulenzintensitäten sind vergleichbar mit früheren Messungen wie zum Beispiel Fiedler et. al. [67] ($\max \sqrt{v_x'^2}/U_0 = 17,6$ %, $\max \sqrt{v_y'^2}/U_0 = 13,8$ %). Die Turbulenzintensitäten im DNW-NWB sind jedoch für alle Messungen etwa 1 % niedriger als bei Fiedler et. al. [67].

Desweiteren sind die Turbulenzintensitäten bei der Strömungsgeschwindigkeit $U_0 = 30$ m/s durchschnittlich um 1 % niedriger als bei $U_0 = 80$ m/s.

Alle Hitzdrahtmesswerte waren überlagert von elektrischen Störungen, sodass nur eine Berechnung der mittleren Strömungsgrößen möglich war. Werte, die sich aus dem Spektrum der Geschwindigkeitsschwankungen ableiten, konnten aufgrund der schlechten Signalqualität nicht berechnet werden.

4.1.4 Beamforming und der Vergleich mit dem Kohärenzverlust

In diesem Abschnitt wird der Einfluss der Scherschicht auf die Beamformingergebnisse im DNW-NWB gezeigt. Der *conventional Beamformer* wurde, wie in Abschnitt 3.3.5 beschrieben, angewendet. Die Blockgröße der zugrunde liegenden Kreuzspektralmatrix beträgt 40 ms; dies entspricht 4000 Samples. Eine eindimensionale Quellkarte wurde mit einer Auflösung von $\Delta = 5$ mm, jeweils für das horizontale ($x = 0, \dots, 4$ m, $y = -4,5$ cm, $z = 0$ m) und für das vertikale ($x = 1,932$ m, $y = -4,5$ cm, $z = -1,5, \dots, +1,5$ m) Array, berechnet. Die Membranoberfläche des Bändchenhochtöners in Richtung des Mikrofonarrays befindet sich an dem Ort $x = 1,932$ m, $y = -4,5$ cm, $z = 0$ m. Es wurden an dieser Stelle keine erweiterten Methoden wie das Entfernen der Diagonale aus der Kreuzspektralmatrix oder die Subtraktion des Hintergrundgeräusches, angewendet. Für die Berechnung der Zeitverzögerung und Amplitudenabschwächung vom Quellort zum Mikrofon wurde das Amiet-Modell [2] genutzt. Dieses basiert auf der Annahme, dass eine ebene Schallwelle an einer unendlich dünnen Scherschicht einfach gebrochen und ein Teil der Welle an der Scherschicht reflektiert wird. Eine ausführliche Beschreibung findet sich in Kröber [31].

In Abbildung 4.8 sind die Ergebnisse des horizontalen Mikrofonarrays für die Strömungsgeschwindigkeiten $U_0 = 0, 30, 50$ und 70 m/s zu sehen. Die Quellkarten wurden für jede

4 Messergebnisse

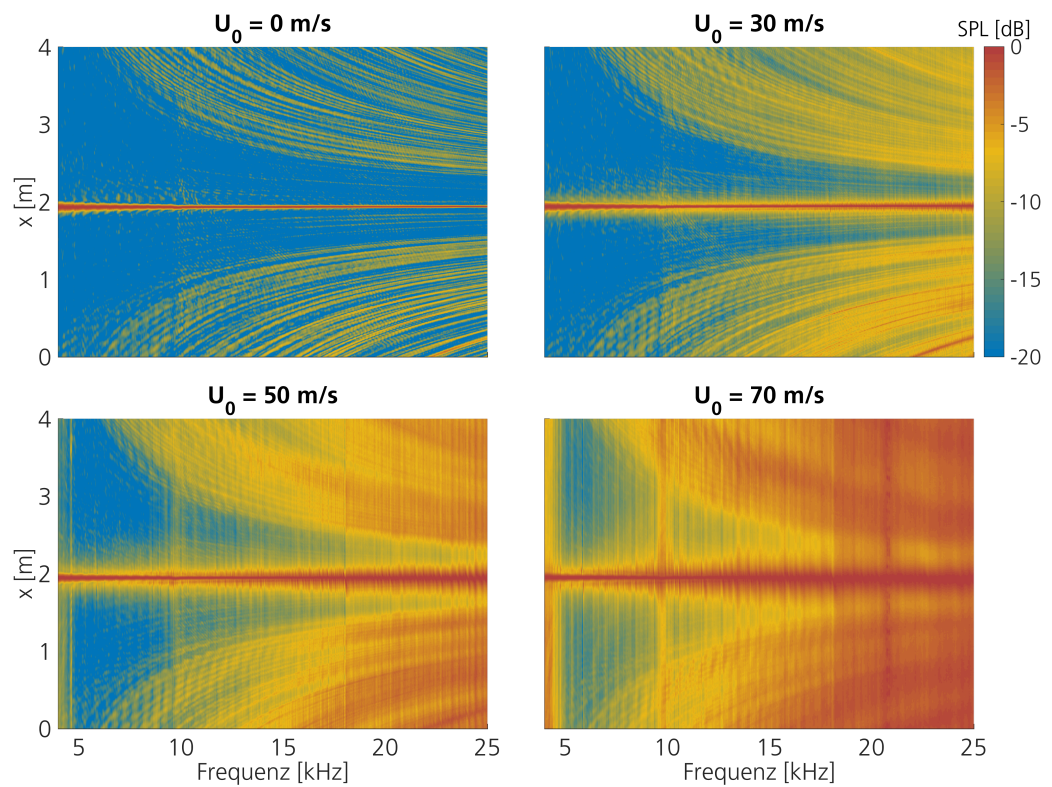


Abbildung 4.8: **Beamforming im DNW-NWB des horizontalen Mikrofonarray bei $x, y = -4,5 \text{ mm}, z = 0 \text{ m}$.**

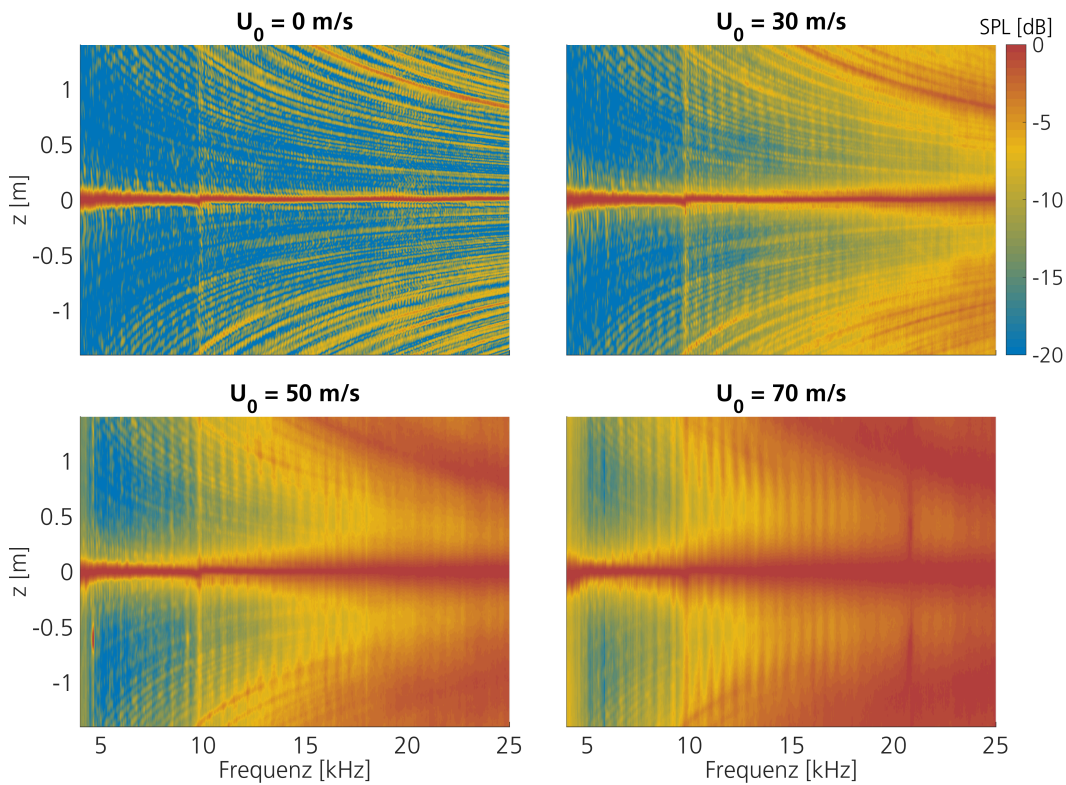


Abbildung 4.9: **Beamforming im DNW-NWB des vertikalen Mikrofonarray bei $x = 1,932$ m, $y = -4,5$ mm, z .**

Frequenz einzeln mit dem Maximum im Umkreis von ± 2 cm um den Quellort normiert. Am Quellort sind dementsprechend immer 0 dB. Die gezeigte Dynamik beträgt in allen Bildern -20 bis 0 dB. Die Antwort eines *conventional Beamformers* auf eine einzige Monopolquelle wird auch Punkt-Spreiz-Funktion (kurz PSF) genannt. Da sich nur eine monopolartige Quelle in der Strömung befand, kann diese Quellkarte als gemessene PSF angesehen werden. Ohne Strömung ähnelt die akustische Quellkarte einer simulierten PSF des Mikrofonarrays. Am Quellort $x = 1,932$ m befindet sich die Hauptkeule und in einem Abstand in Grün und Gelb sind die Nebenkeulen zu sehen. Mit steigender Frequenz wird die Hauptkeule schmäler und die Nebenkeulen rücken näher an die Hauptkeule heran. Die Dynamik, die das Verhältnis aus Haupt- zu Nebenkeule beschreibt, ist 50 cm um die Quelle größer als 20 dB.

Mit Strömung wird aufgrund der Amiet-Korrektur die Hauptkeule am Quellort lokalisiert. Die Hauptkeule wird mit steigender Frequenz erst schmäler und anschließend wieder breiter. Zusätzlich steigen die Nebenkeulen mit zunehmender Frequenz deutlich an. Bei $U_0 = 70$ m/s ist die Hauptkeule ab 20 kHz kaum noch von den Nebenkeulen zu unterscheiden.

4 Messergebnisse

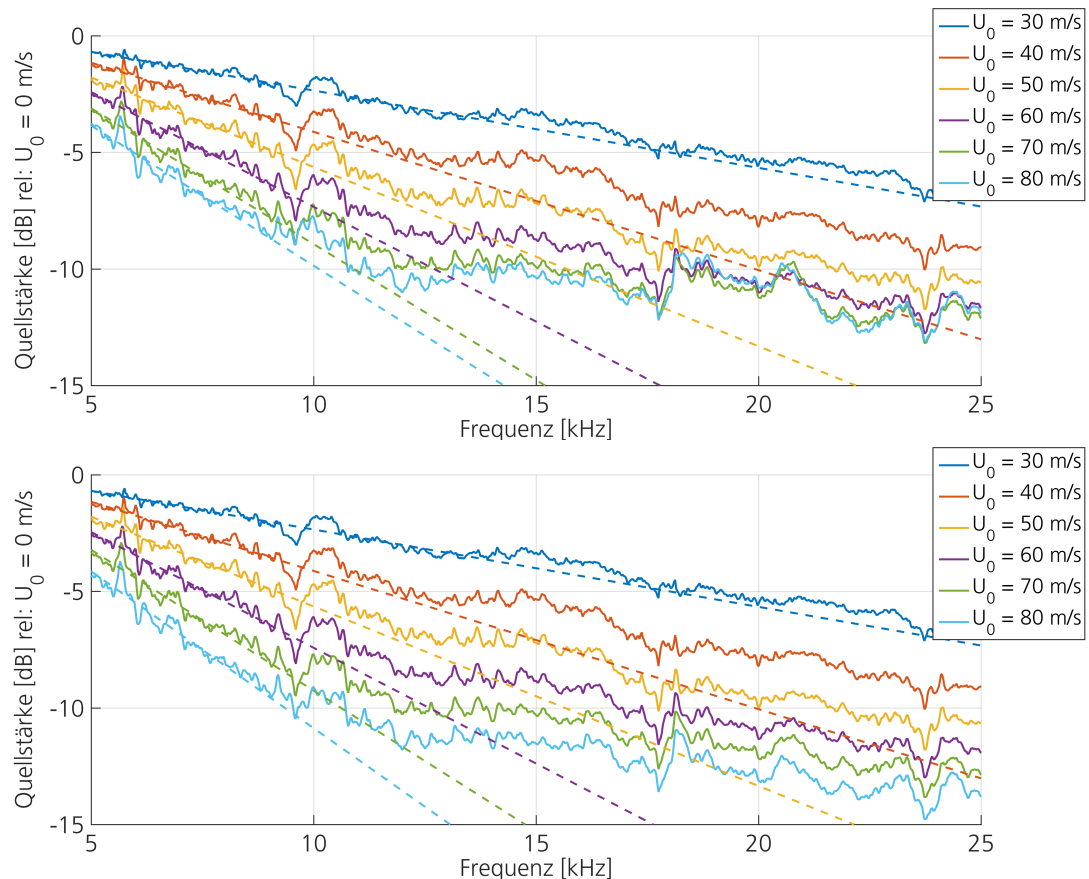


Abbildung 4.10: **Pegelverlust beim Beamforming im DNW-NWB des horizontalen Mikrofonarrays am Quellort. Gleitender Mittelwert mit Breite 375 Hz über der Frequenz.**
Oben: Ohne Subtraktion des Hintergrundgeräusches.
Unten: Mit Subtraktion des Hintergrundgeräusches nach Bahr [5].

Unter 5 kHz ist mit steigender Strömungsgeschwindigkeit das Hintergrundgeräusch des Windkanals zu sehen. Bei 10 und 20 kHz sind bei $U_0 = 70$ m/s deutliche Störgeräusche zu sehen. Diese sind als vertikale Streifen sichtbar. Der Anstieg der Nebenkeulen ist unabhängig von der Position des Punktes in der Quellkarte. Das bedeutet, dass stromab die Nebenkeulen genauso ansteigen wie stromauf.

In Abbildung 4.9 sind die Ergebnisse des vertikalen Mikrofonarrays zu sehen. Die Beobachtungen des horizontalen Arrays treffen auch hier zu. Ohne Strömung sinkt die Hauptkeulenbreite mit steigender Frequenz. Mit Strömung steigen die Nebenkeulen stark an und die Hauptkeulenbreite verbreitert sich mit steigender Frequenz.

In Abbildung 4.10 (oben) ist die, mittels Beamforming berechnete Quellstärke, mit Ström-

Tabelle 4.1: **Maximale Frequenz mit einem Quellstärkenfehler von höchstens 5 dB für ein 3 m und 6 m breites lineares Array.**

| U_0 [m/s] | f_{\max} [kHz], 3 m Array | f_{\max} [kHz], 6 m Array |
|-------------|-----------------------------|-----------------------------|
| 30 | 26,6 | 18 |
| 40 | 16 | 11,5 |
| 50 | 13,1 | 9,2 |
| 60 | 11 | 7,6 |
| 70 | 9,3 | 6,6 |
| 80 | 8,3 | 6 |

mung relativ zur Quellstärke ohne Strömung dargestellt. Hierfür wurde das Maximum in der Quellkarte in einem Umkreis von ± 2 cm um die Quelle verwendet. Zur besseren Darstellung wurde ein gleitender Mittelwert mit Breite 375 Hz auf jede der Kurven angewendet. Die gestrichelten Linien stellen eine lineare Regression zwischen 5 und 8 kHz der jeweiligen Strömungsgeschwindigkeit dar. Mit steigender Strömungsgeschwindigkeit und Frequenz reduziert sich die Quellstärke. Bei 10 kHz beträgt die Reduktion der Quellstärke zwischen 2 dB bei $U_0 = 30$ m/s und 8 dB bei $U_0 = 80$ m/s. Über 10 kHz sinkt die Quellstärke bei 70 und 80 m/s nur noch sehr leicht ab. Der Grund hierfür ist das zunehmende Hintergrundgeräusch im Windkanal, das die Quellstärke nicht weiter absinken lässt. In der unteren Grafik in Abbildung 4.10 wurde das Hintergrundgeräusch mit der Methode nach Bahr [5] subtrahiert. Bei den Strömungsgeschwindigkeiten 70 und 80 m/s sinkt die Quellstärke durch die Subtraktion des Hintergrundgeräusches um bis zu 3 dB.

In Tabelle 4.1 ist die maximale Frequenz angegeben, bei der die Quellstärke um weniger als 5 dB durch die Strömung abgenommen hat. Diese Frequenzen sind abhängig von der Größe und Position des Mikrofonarrays. An dieser Stelle werden die Frequenzen von zwei verschiedenen Teilarrays angegeben:

- 3 m Array
Alle Mikrofone des horizontalen Arrays mit einem Abstand zur Düse in Strömungsrichtung von kleiner oder gleich 3 m.
- 6 m Array
Alle Mikrofone des horizontalen Arrays mit einem Abstand zur Düse in Strömungsrichtung von kleiner oder gleich 6 m.

Je weiter stromab die Mikrofone platziert werden, desto breiter ist die wirksame Scherschicht und desto größer fällt der Kohärenz- beziehungsweise Quellstärkenverlust aus. Mit einem kleinen Mikrofonarray, welches weit stromauf platziert wird, sollte der Quellstärkenverlust folglich am geringsten sein.

4.2 Messergebnisse - AKG

In diesem Abschnitt werden nun die Ergebnisse der PIV- und Akustik-Messungen im Windkanal AKG dargestellt. Der Messaufbau im Windkanal AKG wurde in Abschnitt 3.2 beschrieben. Mittels PIV wurden instantane Geschwindigkeitsfelder gemessen. Durch eine geeignete Mittelung wurden die statistischen Kenngrößen der Strömung ermittelt. Die verwendeten Konventionen sind im Detail in Abschnitt 3.3.1 aufgeführt. Das Ziel dieser Messung war die Bestimmung der räumlichen Zwei-Punkt-Korrelationen innerhalb der Scherschicht. Diese dienen als Eingangsdaten für die in Kapitel 2 vorgestellten Theorien. Ähnlich wie im Experiment im DNW-NWB wurde ein aerodynamisch verkleideter Lautsprecher in die Kernströmung gebracht und ein Mikrofonarray außerhalb der Strömung platziert, um den akustischen Kohärenzverlust durch die Scherschicht zu messen.

4.2.1 Akustik

Wie im letzten Abschnitt zu den Messdaten im DNW-NWB beschrieben, erzeugt der Windkanal ein Hintergrundgeräusch. Damit die gemessenen Kohärenzen zwischen Mikrofonen außerhalb der Strömung nicht durch dieses Hintergrundgeräusch überlagert werden, sollte das Signal des Lautsprechers am Ort der Mikrofone wesentlich lauter sein als das Hintergrundgeräusch. In Abbildung 4.11 ist das Spektrum eines Mikrofons 0,42 m stromab von der Düse zu sehen. Der Abstand in y -Richtung zur Düsenkante beträgt hier 0,35 m. Das Signal des Lautsprechers liegt über den gesamten Frequenzbereich (5 - 50 kHz) mindestens 15 dB über dem Hintergrundgeräusch des Windkanals. In diesem Windkanal ist eine Subtraktion des Hintergrundgeräusches demnach nicht erforderlich. Oberhalb von 30 kHz verringert sich der Pegel des Lautsprechers mit etwa 10 dB pro 10 kHz. Dies ist dem Frequenzgang des Lautsprechers geschuldet, der eigentlich nur bis 30 kHz spezifiziert ist.

In Abbildung 4.12 ist die Kohärenz zwischen allen Mikrofonpaaren in der PIV-Messebene ($z = 0$) bei der Strömungsgeschwindigkeit $U_0 = 40$ m/s zu sehen. Pro Terzband wurde die gemessene Kohärenz gemittelt. Wieder beschreiben die horizontale als auch die vertikale Achse die Position der Mikrofone in Strömungsrichtung x . Wie zu erwarten, ist die Kohärenz spiegelsymmetrisch und liegt bei exakt 0 dB auf der Diagonalen. Bis 20 kHz ist der Kohärenzverlust kleiner als 3 dB und somit praktisch vernachlässigbar. Ab 25 kHz sinkt die gemessene Kohärenz mit steigender Frequenz stärker ab. Bei 50 kHz ist der maximale Kohärenzverlust 20 dB. Zusätzlich fällt die gemessene Kohärenz mit steigendem Mikrofonabstand. Durch die geringe Anzahl an Mikrofonen und die geringe Stärke des Kohärenzverlustes, ist nicht die gleiche Form über dem Abstand zweier Mikrofone wie im DNW-NWB zu erkennen (vergleiche Abschnitt 4.1). Hier wird deutlich, dass der Effekt des Kohärenzverlustes durch die Scherschicht aufgrund der kleineren Geometrieverhältnisse deutlich geringer ist als bei der Messung im DNW-NWB.

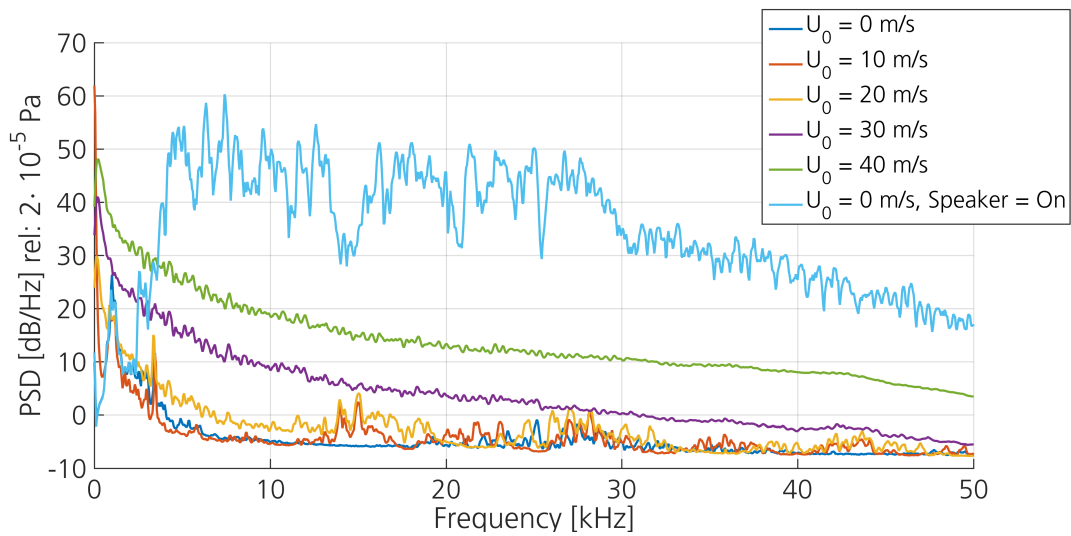


Abbildung 4.11: **Spektrale Leistungsdichte des Schalldrucks 0,42 m stromab der Düse und in 0,35 m Abstand in y -Richtung zur Düsenkante im Windkanal AKG. 0,33 m stromab in der Kernströmung befindet sich die Schallöffnung des Lautsprechers.**

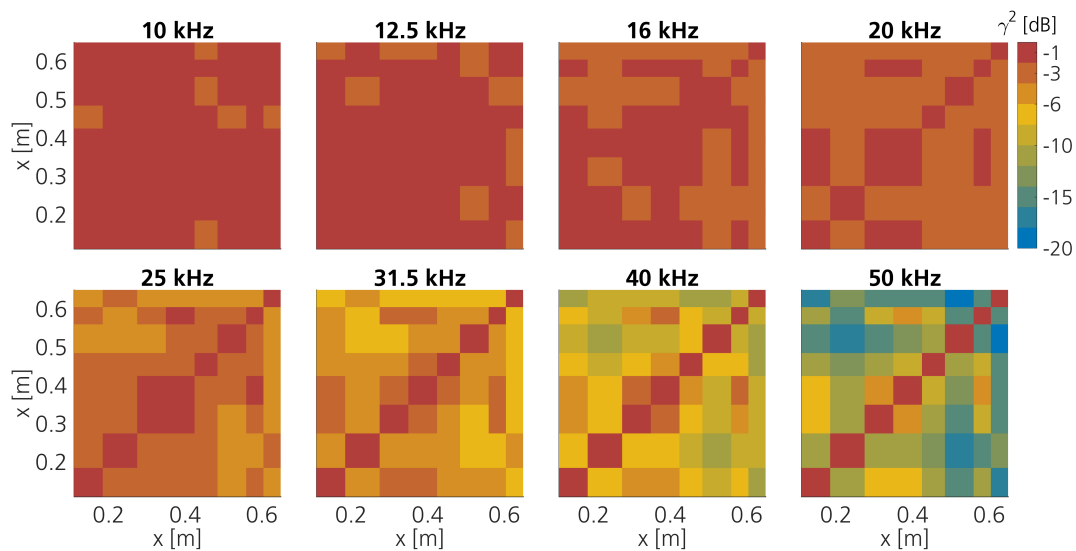


Abbildung 4.12: **Kohärenz, gemittelt pro Terz-Band $U_0 = 40$ m/s im AKG.**

4 Messergebnisse

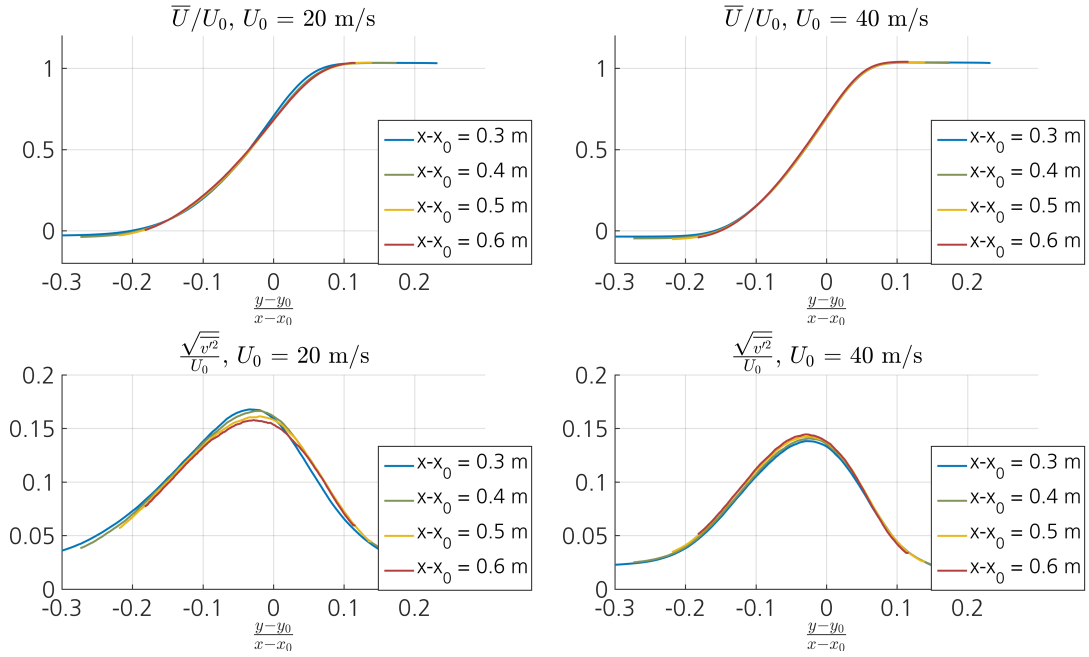


Abbildung 4.13: **Gemittelte Strömungsprofile aus den PIV-Messungen für 20 und 40 m/s.**

4.2.2 Überprüfung der Selbstähnlichkeit der Scherschicht

Die Selbstähnlichkeit der Scherschicht wurde von Tollmien postuliert und in diversen Untersuchungen messtechnisch bestätigt [34][67][62]. Vollständig entwickelt hat sich die Scherschicht ab einer Reynolds-Zahl von $Re_x = \frac{U_0 x}{\nu}$. Liepmann und Laufer [34] geben $Re_x \approx 2,6 \cdot 10^5$ an und Wygnanski und Fiedler geben $Re_x \approx 3 \cdot 10^5$ an. Demzufolge ist die Selbstähnlichkeit bei einer Strömungsgeschwindigkeit von $U_0 = 40$ m/s mit dem Medium Luft bei $x \approx 15$ cm erreicht. In Abbildung 4.13 sind die gemittelten Strömungsprofile bei $U_0 = 20$ m/s und 40 m/s für die Größen \bar{v}_x/U_0 (oben) und $\sqrt{v'_y v'_y}/U_0$ (unten) zu sehen.

Die Kernströmung im PIV-Messbereich ist 2 % größer als die mittels Druckmessungen ermittelte Strömungsgeschwindigkeit am Düsenausgang. Dies ist auf den Strömungskörper zurückzuführen, der einen Teil der Düsenöffnung blockiert und die Strömung beschleunigt.

Im Folgenden wird die Turbulenzintensität quer zur Strömungsrichtung betrachtet. Diese ist bei allen verwendeten theoretischen Ansätzen im Wesentlichen für den Kohärenzverlust verantwortlich. Die maximale Turbulenzintensität $\sqrt{v'_y v'_y}/U_0$ quer zur Strömungsrichtung ist mit 16,5 % bei $U_0 = 20$ m/s deutlich größer als bei $U_0 = 40$ m/s mit 14,4 %. Der turbulente Umschlag hat bei $U_0 = 20$ m/s noch nicht stattgefunden. In Abbildung 4.14 ist die maximale Turbulenzintensität $\sqrt{v'_y v'_y}/U_0$ über der Reynolds-Zahl $Re_x = \frac{U_0 x}{\nu}$ darge-

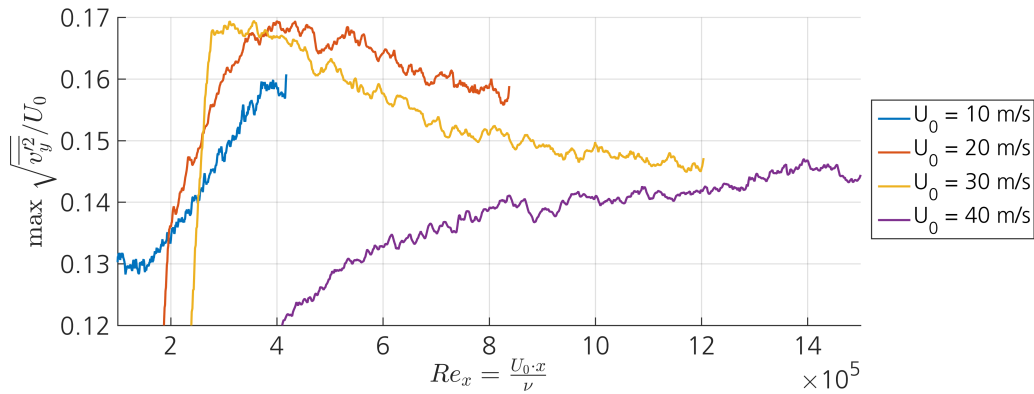


Abbildung 4.14: **Maximale Turbulenzintensität in y -Richtung im Windkanal AKG in Abhängigkeit der Reynolds-Zahl $Re_x = \frac{U_0 \cdot x}{\nu}$.**

stellt. Bei $Re_x \approx 3 \cdot 10^5$ ist ein Maximum für die Strömungsgeschwindigkeiten $U_0 = 10$, 20 und 30 m/s zu sehen. Bis zu dieser Reynolds-Zahl besteht die Scherschicht noch aus separierbaren Strukturen und die Selbstähnlichkeit ist noch nicht ausgeprägt. Für höhere Reynolds-Zahlen fällt die Turbulenzintensität wieder ab. Bei $U_0 = 40$ m/s ist kein Maximum zu sehen. Eine mögliche Ursache hierfür ist, dass die räumliche PIV-Auflösung nicht ausreicht um die turbulenten Strukturen aufzulösen. Bei einer Reynolds-Zahl Re_x von $3 \cdot 10^5$ und $U_0 = 40$ m/s, beträgt der Abstand zur Düse etwa 15 cm und die Scherschicht ist nur noch $\delta_{95} \approx 40$ mm dick. Die Auflösung der PIV-Messung beträgt 0,66 mm. Es liegen jedoch keine Daten für eine Abschätzung der Turbulenzgrößen vor. Wygnanski und Fiedler [67] haben die Taylor-Mikroskalenlänge λ_l in einer Scherschicht indirekt, über eine Messung der Dissipationsterme, bestimmt. Sie geben an, dass

$$\lambda_l = 0.0025 + 0.0032x \quad \text{für } x > 0.2 \quad (4.4)$$

gilt. Diese Gerade führt nicht durch den Ursprung. Geht man davon aus, dass die Mikroskalenlängen mit dem Abstand zur Düsenkante steigen, dann kann hieraus geschlossen werden, dass die Mikroskalenlängen bei $x = 15$ cm höchstens λ_l 3 mm ist. Dies ist in der Größenordnung der PIV-Auflösungen. Die korrelationsfensterbasierte Auswertung der PIV-Bilder wirkt wie ein Tiefpass und senkt die Turbulenzgrößen folglich ab.

Ab einer Reynolds-Zahl von $Re_x = 5 \cdot 10^5$ steigt die Turbulenzintensität nur noch leicht mit zunehmendem Düsenabstand an und ist mit 13,8 % bis 14,4 % um durchschnittlich 1,3 % größer als die Ergebnisse der Hitzdrahtmessungen im DNW-NWB (12 % bis 13 %).

Die gemessenen PIV-Strömungsdaten sollen im Folgenden verwendet werden, um die Zwei-Punkt-Korrelationen einer selbstähnlichen Scherschicht zu beschreiben. In diesem Abschnitt zeigte sich, dass die Messung bei $U_0 = 40$ m/s die größte Selbstähnlichkeit aufweist. Der leichte Anstieg der Turbulenzintensitäten in Strömungsrichtung wird im Folgenden vernachlässigt.

4.2.3 Zwei-Punkt-Korrelation

Wie in Abschnitt 3.3.1 beschrieben wurden die Zwei-Punkt-Korrelationen aus den PIV-Messdaten ermittelt. Im Folgenden wird nur der Fall für $U_0 = 40$ m/s gezeigt. Die Anzahl der gemittelten PIV-Stereo-Bilder beträgt 74580. In Abbildung 4.15 sind die ermittelten Zwei-Punkt-Korrelationen für drei unterschiedliche Düsenabstände bei $y = y_0$ über dem dimensionslosen Parameter $\xi = \frac{y-y_0}{x-x_0}$ dargestellt. Auch hier wird die Annahme der Selbstähnlichkeit bestätigt. Mit steigendem Düsenabstand sinkt, wie zuvor beschrieben, die Zwei-Punkt-Korrelation $R_{v'_i v'_i}$ minimal ab. Diese Korrelationen sind nicht symmetrisch für positive und negative Werte von ξ . Dies liegt vor allem an der Normierung der Korrelation. Ohne entsprechende Normierung sind $\langle v'_x(x_{\text{ref}}) v'_x(x) \rangle$ und $\langle v'_y(x_{\text{ref}}) v'_y(x) \rangle$ symmetrisch bezüglich ξ . Unter der Annahme, dass die Zwei-Punkt-Korrelation Laplace-verteilt ist,

$$\langle R(x_1, x_2) \rangle = \exp(-|x_1 - x_2|/\Lambda) \quad (4.5)$$

kann die integrale Korrelationslänge Λ an dem Punkt ξ^* abgelesen werden, an dem die Korrelation auf $1/e$ abfällt. Im Zentrum der Scherschicht ($\xi = 0$) sind die Korrelationslängen quer zur Kernströmung demnach: $\Lambda_{u,y} = 0,041x$, $\Lambda_{v,y} = 0,051x$ und $\Lambda_{w,y} = 0,022x$. Diese Korrelationslängen zeigen alle in y -Richtung. Die für den Kohärenzverlust verantwortliche Turbulenz in y -Richtung - dies entspricht der Ausbreitungsrichtung der akustischen Welle - hat demnach die größte Korrelationslänge.

In Abbildung 4.16 ist die Zwei-Punkt-Korrelation für einen Referenzpunkt an der Stelle $x = 0,4$ und $\xi = y - y_0 = 0$ über der gesamten Bildebene dargestellt für die Hauptkomponenten $v'_x v'_x$, $v'_y v'_y$ und $v'_z v'_z$. Die Korrelation fällt nicht zu allen Seiten gleichmäßig ab, sondern ist stark richtungsabhängig:

- v'_x -Komponente: Die längste Korrelation besteht in einem Winkel von 45° zur x -Achse.
- v'_y -Komponente: Die Korrelation fällt in alle Richtungen gleichmäßig bis 0,5 ab, ist jedoch in y -Richtung deutlich ausgedehnter. Stromauf und stromab befinden sich Regionen mit negativer und positiver Korrelation, die sich periodisch fortsetzen.
- v'_z -Komponente: Die integrale Korrelationslänge ist kleiner als bei der v'_x und v'_y -Komponente. Die längste Ausdehnung besteht, wie bei der Korrelation der v'_x -Komponente, in einem Winkel von 45° zur x -Achse. Stromauf und stromab befinden sich Regionen mit negativer Korrelation.

In allen drei Komponenten der Zwei-Punkt-Korrelation sind der vorhergehende und der nachfolgende Wirbel zu sehen. Wird der Referenzpunkt weiter stromab gewählt, wird die periodische Struktur für alle Komponenten sichtbar. Eine Beschreibung der Korrelationen in der Scherschicht kann dementsprechend nicht mit einem isotropen Turbulenzmodell erfolgen.

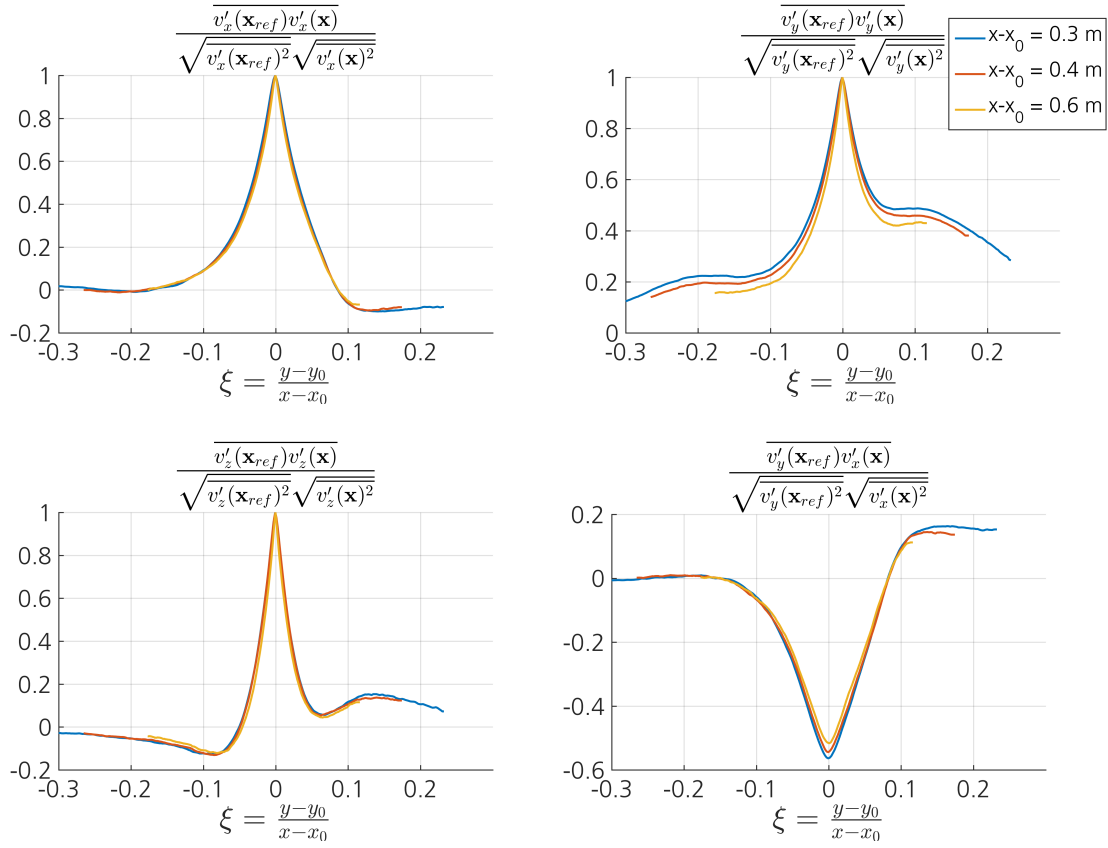


Abbildung 4.15: **Normierte Zwei-Punkt-Korrelation aus PIV-Daten im AKG für $U_0 = 40$ m/s.**

4 Messergebnisse

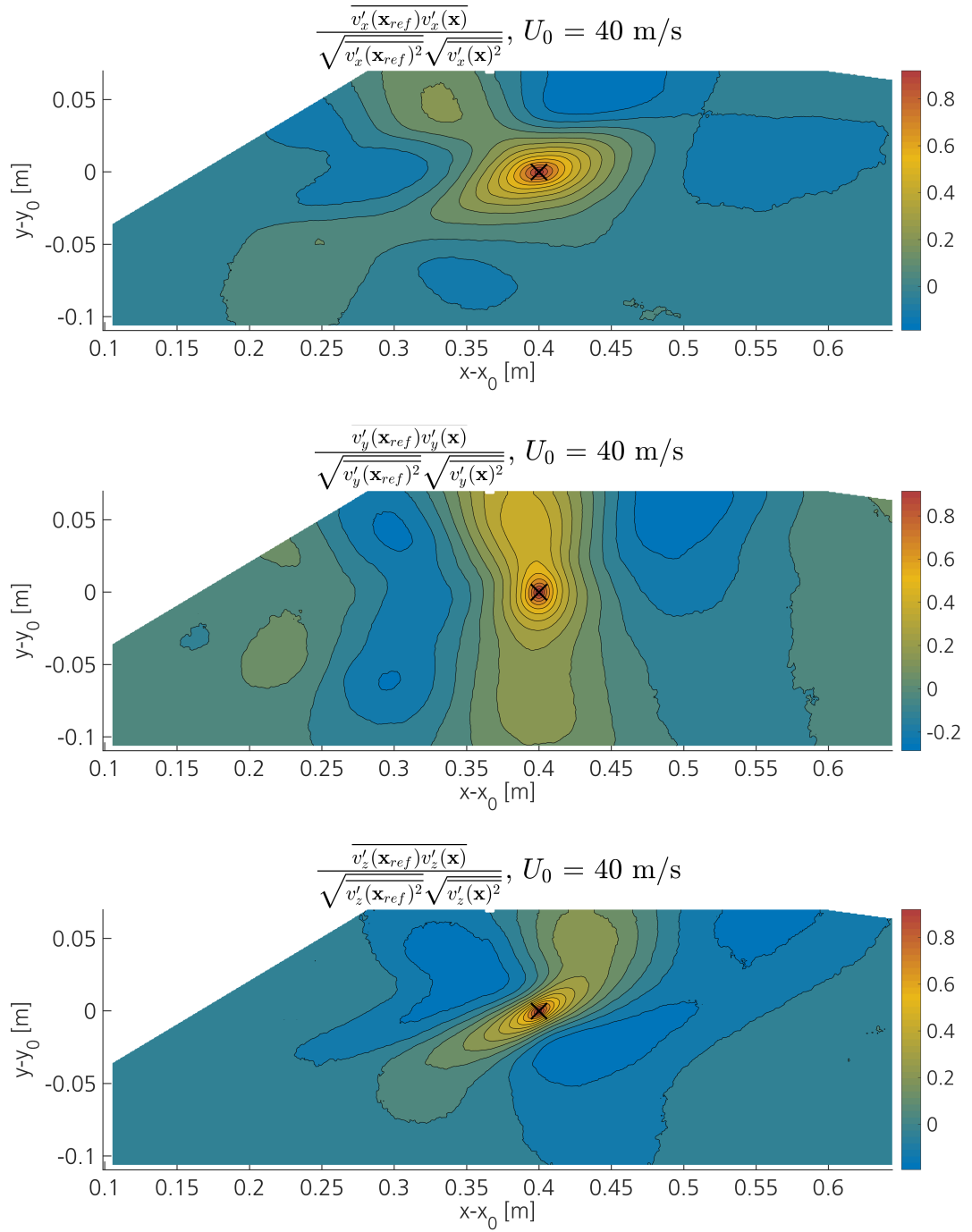


Abbildung 4.16: **Normierte Zwei-Punkt-Korrelation aus PIV-Daten im AKG für $U_0 = 40 \text{ m/s}$.**

5 Vergleich der Messdaten mit den theoretischen Kohärenzmodellen

In diesem Kapitel sollen nun die theoretischen Modelle aus Kapitel 2 verwendet werden:

- Born-Approximation der vereinfachten Lighthill-Gleichung
- Rytov-Approximation mit Markov-Annahme der konvektiven Wellengleichung
- Rytov-Approximation ohne Markov-Annahme der konvektiven Wellengleichung

Mithilfe der theoretischen Modelle soll der Kohärenzverlust einer Schallwelle durch die Scherschicht berechnet werden. Hierfür sind Daten der Strömungskorrelationen

$$\langle v_i(\mathbf{x}_1) v_j(\mathbf{x}_2) \rangle \quad (5.1)$$

notwendig. Diese werden aus den gemessenen PIV-Daten generiert und mithilfe des Selbstähnlichkeitsansatzes skaliert (siehe Abschnitt 5.1). Im Abschnitt 5.2 wird die numerische Implementierung beschrieben. Anschließend werden in Abschnitt 5.3 die verschiedenen Theorien verglichen. In den Abschnitten 5.4 und 5.5 werden die Theorien mit den Messdaten aus den Windkanälen AKG und DNW-NWB verglichen. Es folgt im Abschnitt 5.6 eine Analyse der Auswirkung auf die Quellstärken beim Beamforming unter Berücksichtigung des Kohärenzverlustes.

5.1 Turbulenzmodell auf Basis der PIV-Messdaten

Wie im obigen Absatz beschrieben, werden für die theoretischen Modelle die Zwei-Punkt-Korrelationen der Strömung benötigt. An 18 Referenzpositionen $\mathbf{x}_{\text{ref}}^{(n)} = (x_{\text{ref}}, y_{\text{ref}}^{(n)}, 0)^T$ wurde der Zwei-Punkt-Korrelationstensor zu allen anderen Punkten aus den PIV-Daten berechnet. In Abschnitt 4.2 wurde erläutert, dass die Selbstähnlichkeit umso ausgeprägter ist, je größer die Strömungsgeschwindigkeit. Folglich wurden die Korrelationen für die Strömungsgeschwindigkeit von $U_0 = 40$ m/s verwendet. Dafür wurden alle PIV-Messungen bei $U_0 = 40$ m/s gemittelt, was zu einer Gesamtanzahl von 74580 instantanen Strömungsfelder führt. Die 18 Referenzpositionen befinden sich 300 mm stromab der Düse zwischen

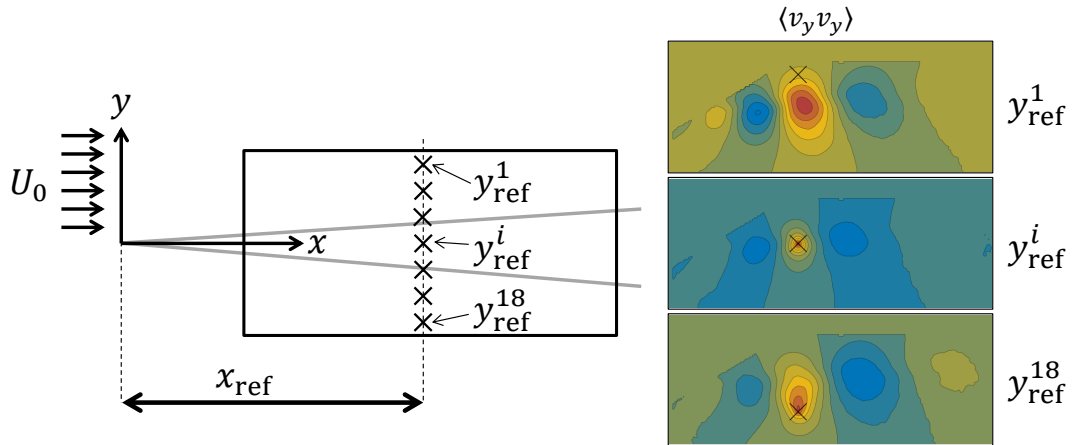


Abbildung 5.1: **Schematische Darstellung des generischen Zwei-Punkt-Korrelationsmodells aus PIV-Messdaten.**

$y - y_0 \approx -0,1 \text{ m}, \dots, 0,07 \text{ m}$ ($\xi \approx -0,3, \dots, 0,2$). In Abbildung 5.1 sind drei Referenzpunkte in einer Prinzipskizze dargestellt. Auf der rechten Seite ist die nicht normierte Zwei-Punkt-Korrelation $\langle v_y(x_{\text{ref}}, y_{\text{ref}}^{(n)}, 0) v_y(x, y, 0) \rangle$ exemplarisch dargestellt. Da keine Normierung angewendet wird, kann es vorkommen, dass das Maximum der Korrelation nicht im Referenzpunkt liegt. Grund hierfür ist, dass die Turbulenzintensität mit zunehmendem Abstand von der Scherschichtmitte stark absinkt. Hier wird deutlich, dass die zweidimensionalen Korrelationen in der x-y-Ebene nicht invariant unter einer Verschiebung in y-Richtung sind.

Die Annahme der Selbstähnlichkeit für eine Zwei-Punkt-Korrelation als Formel ausgedrückt entspricht

$$\langle v_i(\mathbf{x}_1) v_j(\mathbf{x}_2) \rangle = \langle v_i(a\mathbf{x}_1) v_j(a\mathbf{x}_2) \rangle, a \in \mathbb{R}^+. \quad (5.2)$$

Diese Relation kann nun verwendet werden, um aus den gemessenen Daten eine beliebige Zwei-Punkt-Korrelation zu berechnen:

$$\langle v_i(\mathbf{x}_1) v_j(\mathbf{x}_2) \rangle = \langle v_i(x_1 \frac{x_{\text{ref}}}{x_1}, y_1 \frac{x_{\text{ref}}}{x_1}, 0) v_j(x_2 \frac{x_{\text{ref}}}{x_1}, y_2 \frac{x_{\text{ref}}}{x_1}, 0) \rangle \exp(-|z_1 - z_2|/\Lambda_z) \quad (5.3)$$

Da die PIV-Messdaten nur für eine x-y-Ebene mit $z = 0$ vorhanden sind, muss die Korrelation in z-Richtung modelliert werden. Hier wird ein einfacher exponentieller Abfall mit der integralen Korrelationslänge Λ_z gewählt. Jones et. al. [27] haben die Korrelationslängen einer ebenen Vermischungszone vermessen und geben $\Lambda_z = 0,011x$ an. In dieser Arbeit wird die integrale Korrelationslänge dementsprechend mit

$$\Lambda_z = 0,011 \frac{x_1 + x_2}{2} \quad (5.4)$$

5.2 Implementierung der theoretischen Modelle

angenommen. Um die Korrelation an beliebigen Punkten x_1, x_2 auszuwerten, kann Formel 5.3 als dreidimensionale Interpolation von $\langle v_i(x_1)v_j(x_2) \rangle$ bezüglich der Variablen $y_1 \frac{x_{ref}}{x_1}$, $x_2 \frac{x_{ref}}{x_1}$ und $y_2 \frac{x_{ref}}{x_1}$ betrachtet werden. In dieser Arbeit wurde ausschließlich linear in den genannten Variablen interpoliert. Liegt einer der Punkte x_1 oder x_2 außerhalb des PIV-Messfeldes wird die Korrelation mit 0 angenommen. Je nach geometrischer Lage der Punkte x_1 und x_2 wird hierbei eine noch vorhandene Zwei-Punkt-Korrelation räumlich beschnitten. Dieser Fehler kann bis zu 5 % betragen.

Um die im AKG Windkanal gemessenen Zwei-Punkt-Korrelationen in den Windkanal DNW-NWB zu übertragen, müssen diese skaliert werden.

$$\langle v_i(x_1)v_j(x_2) \rangle_{DNW-NWB} = \frac{U_0^2}{(40,8m/s)^2} \frac{0,12^2}{0,14^2} \langle v_i(x_1)v_j(x_2) \rangle_{AKG} \quad (5.5)$$

In den PIV-Messungen zeigte sich, dass durch die Versperrung der aerodynamischen Verkleidung des Lautsprechers eine um 2 % höhere Kernströmung an der Düsenkante anliegt. Die Soll-Geschwindigkeiten der Kernströmung werden folglich mit dem Faktor $\frac{U_0^2}{(40,8m/s)^2}$ normalisiert. Des Weiteren ist die Turbulenzintensität $\langle \sqrt{v_y'v_y'}/U_0 \rangle$ im DNW-NWB um den Faktor $\frac{0,12}{0,14}$ geringer als im AKG (siehe Kapitel 4).

In den Theorien nach Rytov wird die Annahme getroffen, dass die Integration über die Strömungsfluktuationen, entlang der Ausbreitungsrichtung der akustischen Welle, normalverteilt ist. Diese Eigenschaft wird explizit in Gleichung 2.48 verwendet und stellte zunächst eine willkürliche Annahme dar. Mit den gemessenen PIV-Daten lässt sich diese Annahme nun überprüfen. Abbildung 5.2 zeigt die theoretische und mittels PIV gemessene Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion der Zufallsvariable

$$\varepsilon = \int_{-\infty}^{\infty} v_y'(y') dy' \quad (5.6)$$

an der Stelle $x - x_0 = 0,3$ m für $U_0 = 40$ m/s. Die Zufallsvariable ε/c^2 kann als Zeitverzögerung durch die Strömung interpretiert werden. Es zeigt sich, dass ε gut durch eine Normalverteilung beschrieben werden kann. Der empirische Erwartungswert $\langle \varepsilon \rangle$ ist in diesem Beispiel mit $3,8 \cdot 10^{-7}$ vernachlässigbar klein und die Standardabweichung σ gleich 1,097.

5.2 Implementierung der theoretischen Modelle

In diesem Abschnitt werden die Implementierungsdetails für die drei theoretischen Modelle aus Abschnitt 2.3 angegeben. Um die Theorien mit den gemessenen Werten zu vergleichen, wurde die theoretische Kohärenz zwischen allen vorhandenen Mikrofonorten berechnet. Alle numerischen Integrale wurden mithilfe der Gauß-Legendre-Quadratur

5 Vergleich der Messdaten mit den theoretischen Kohärenzmodellen

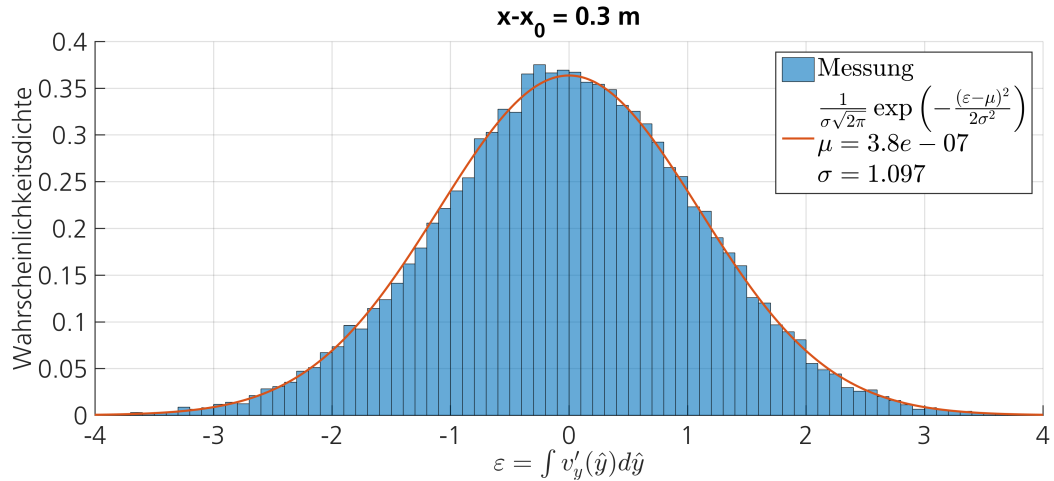


Abbildung 5.2: **Empirische Wahrscheinlichkeitsverteilung und abgeleitete Gauß-Verteilung.**

berechnet. Bei der Born-Näherung betrug die Anzahl der Stützstellen über den Integrationsbereich im Durchschnitt sechs Elemente pro Wellenlänge. Für die Rytov-Näherungen wurde eine konstante Anzahl an Integrationsstützstellen von 400 gewählt. Der Integrationsweg bei der Rytov-Näherung ohne Markov-Annahme setzt sich aus zwei geraden Teilabschnitten zusammen, die dem Weg der Schallwelle im Amiet-Modell [2] folgen. Der erste Teilabschnitt führt von der Quelle zu einem Punkt auf der Scherschicht und der zweite Teilabschnitt von dem Punkt auf der Scherschicht zum Mikrofon. Es zeigte sich, dass die Konvektion der Strömung aufgrund der geringen Machzahl ($M < 0,25$) auch komplett vernachlässigt werden kann. Die Winkeländerung der Schallausbreitung aufgrund der Strömung beträgt nur wenige Grad. Wie im letzten Abschnitt beschrieben, liegen keine Messergebnisse über die Korrelation der Strömung in z -Richtung vor. Die Messebene in x - y der PIV-Untersuchung deckt diese nicht ab. Eine experimentell bestimmte integrale Korrelationslänge wird bei Jones [27] mit $\Lambda_z = 0,011x$ angegeben. Die Rytov-Methoden benötigen nur die Kenntnis der Strömungskorrelation auf dem direkten Ausbreitungsweg, während die Methode nach Born die Korrelation auch in z -Richtung benötigt. Als Höhe der Scherschicht (und damit des Streuvolumens Ω) wurden mit 2,8 m im DNW-NWB und 0,4 m im AKG die jeweiligen Größen der Düsenöffnung gewählt. In der praktischen Implementierung der Theorie nach Born gibt es zwei Nachteile:

- Der numerische Aufwand steigt pro Frequenzverdopplung um den Faktor 64. Für die Verwendung bei großen Helmholtz-Zahlen ist diese Methode daher ungeeignet. In dieser Arbeit wurde die Kohärenz daher bei 2 kHz (DNW-NWB) und 6,3 kHz (AKG) berechnet und anschließend mit den Gesetzen der Rytov-Theorie $\gamma \sim (.)^{f^2}$ skaliert. Im Vergleich der theoretischen Modelle (Abschnitt 5.3) wird sich zeigen, dass diese Skalierung noch um einen weiteren Faktor angepasst werden muss.

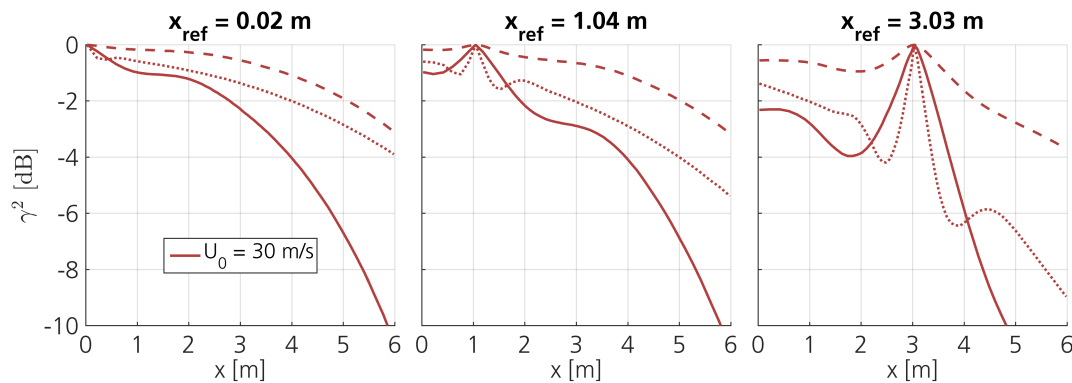


Abbildung 5.3: „-“ Theorie - Rytov ohne Markov, „-“ Theorie - Born, „...“ Theorie - Rytov mit Markov. Frequenz 8 kHz.

- Die Modellierung der Strömungskorrelationen ist stark fehlerbehaftet. Es existieren keine Daten über die Korrelation außerhalb der x - y -Ebene. Die Modellierung mittels einfacher integraler Korrelationslänge weicht vermutlich stark von der Realität ab. Des Weiteren wird mit zunehmendem Düsenabstand die Form der Scherschicht immer mehr von einem Rechteck (Form der Düse) zu einem Kreis. Die einfache Annahme der ebenen Scherschicht mit einer konstanten Höhe von der Größe der Düsenöffnung ist deshalb nur sehr eingeschränkt gültig.

5.3 Vergleich der theoretischen Modelle

Abbildung 5.3 zeigt die simulierte Kohärenz zwischen Mikrofonpaaren mit den Geometriedaten aus dem DNW-NWB Windkanalversuch. Diese Werte sind direkt vergleichbar mit den gemessenen Daten. Im Vergleich der Theorien zeigt sich, dass Kohärenzen der Theorie nach Born wesentlich größer sind als die der Rytov-Theorien. Die beiden Theorien nach Rytov liegen in einer ähnlichen Größenordnung. Der Kohärenzabfall bei Mikrofonen mit geringem Abstand ist jedoch deutlich größer bei Verwendung der Markov-Annahme als ohne. Umgekehrt ist bei Mikrofonen mit großem Abstand die Kohärenz deutlich größer bei Verwendung der Markov-Annahme. Bei allen drei Theorien sinkt die Kohärenz mit steigendem Abstand zur Referenzposition und die Kohärenz fällt stromab stärker ab als stromauf. Stromab gibt es drei Abschnitte mit aufsteigendem Abstand zur Referenzposition:

1. Die Kohärenz fällt linear in dB mit dem Abstand zur Referenzposition.
2. Die Kohärenz fällt weniger stark ab.
3. Die Kohärenz fällt quadratisch in dB mit dem Abstand zur Referenzposition.

5 Vergleich der Messdaten mit den theoretischen Kohärenzmodellen

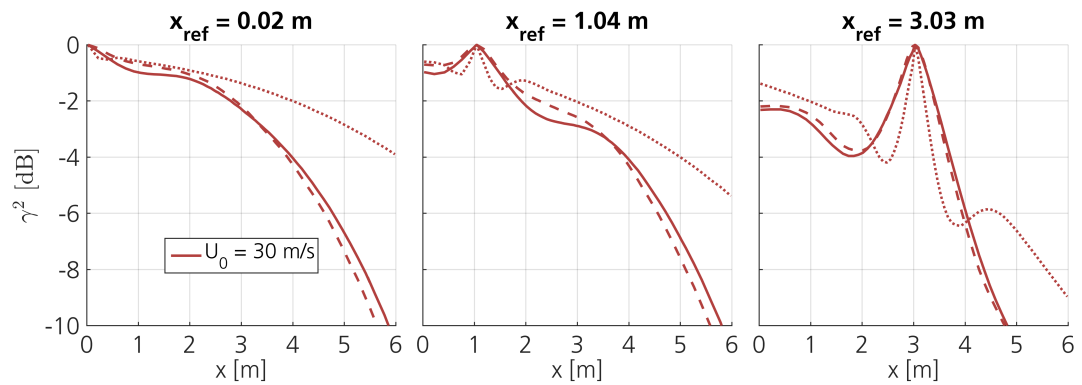


Abbildung 5.4: „-“ Theorie - Rytov ohne Markov, „-.-“ Theorie - Born mit $f_{\text{Born}} = 2f$, „...“ Theorie - Rytov mit Markov. Frequenz 8 kHz.

Stromauf gibt es wiederum drei Abschnitte mit aufsteigendem Abstand zur Referenzposition:

1. Die Kohärenz fällt linear in dB mit dem Abstand zur Referenzposition.
2. Die Kohärenz besitzt ein lokales Minimum.
3. Die Kohärenz steigt wieder an und bleibt konstant.

Eine Diskussion der einzelnen Parameter, wie Strömungsgeschwindigkeit und Frequenz, folgt im nächsten Abschnitt.

Der deutliche Unterschied der Theorie nach Born in der Größenordnung kann kompensiert werden, wenn die Kohärenz mit $\gamma \sim (.)^{(2f)^2}$ statt mit $\gamma \sim (.)^{f^2}$ skaliert wird. Dies stellt einen willkürlichen Faktor dar und wurde durch iteratives Testen so gewählt, dass bei $U_0 = 30$ m/s die geringste Abweichung zur Theorie nach Rytov ohne Markov-Annahme besteht. Dieser willkürliche Faktor kann als verdoppelte Frequenz bei der Theorie nach Born aufgefasst werden.

$$f_{\text{Born}} = 2f \quad (5.7)$$

In Abbildung 5.4 ist ein Vergleich der drei Theorien zu sehen, bei dem die Frequenz bei der Theorie nach Born verdoppelt wurde. Aufgrund der oben beschriebenen Modellierungsfehler (siehe Abschnitt 5.2) bei der Theorie nach Born, wird die beschriebene Skalierung im Folgenden immer angewendet. Eine Verwendung der Theorie nach Born für eine Vorhersage der Kohärenz ist folglich, mit der vorliegenden Datenlage, nur bis auf einen unbekannten Skalierungsfaktor möglich.

Mithilfe der drei vorgestellten Theorien lässt sich eine Vorhersage der Kohärenzen zwischen Orten berechnen, an denen keine Messdaten vorliegen. Als Beispiel wurde die Quellpositi-

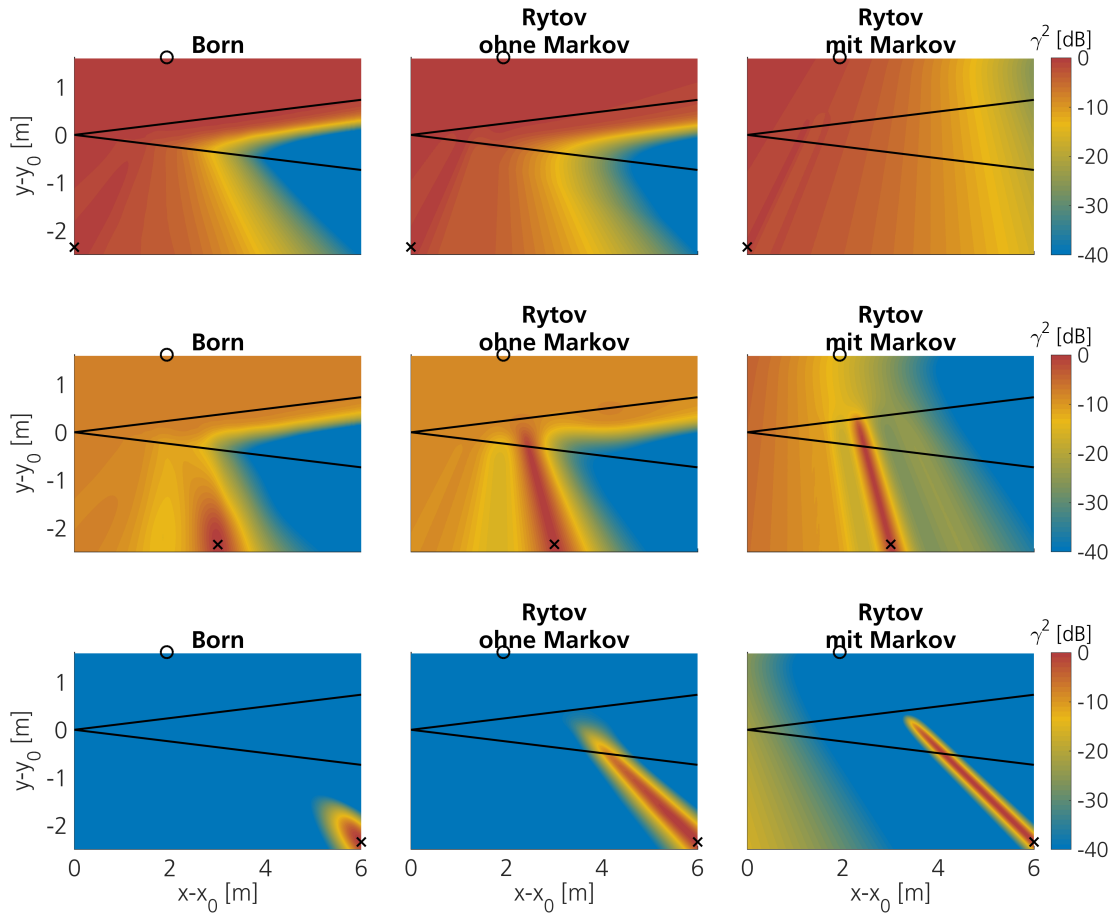


Abbildung 5.5: Kohärenz zu einem Mikrofon $y - y_0 = -2,375$ m („x“) und Quellort („o“).

Linke Spalte: Theorie nach Born mit $f_{\text{Born}} = 2f$.

Mittlere Spalte: Theorie nach Rytov ohne Markov-Annahme.

Rechte Spalte: Theorie nach Rytov mit Markov-Annahme.

Oben: $x - x_0 = 0$ m.

Mitte: $x - x_0 = 3$ m.

Unten: $x - x_0 = 6$ m. $U_0 = 30$ m/s, $f = 16$ kHz.

on für diese Simulation an die gleiche Stelle wie in der Messung im DNW-NWB gelegt. Für die Mikrofonpositionen bei $x - x_0 = 0,02$ m, $3,02$ m und $5,98$ m wurde nun die Kohärenz zu allen anderen Punkten innerhalb der x - y -Ebene berechnet (siehe Abbildung 5.5). Die ungefähre Scherschichtdicke δ_{95} ist mit schwarzen Linien gekennzeichnet. In dem vorherigen Abschnitt wurde der Kohärenzverlust in x -Richtung für die y -Position $y - y_0 = -2,375$ m diskutiert. Wie in Abbildung 5.5 zu sehen ist, sind die Unterschiede zwischen den Theorien in Richtung der Ausbreitung deutlich größer. Es liegen drei Bereiche vor die im Folgenden getrennt voneinander diskutiert werden: Kernströmung, Scherschicht und Freifeld.

Bei den Theorien nach Born und Rytov ohne Markov-Annahme ist die Kohärenz zu dem Mikrofon außerhalb der Strömung konstant innerhalb der Kernströmung. Da ein Mikrofon innerhalb der Kernströmung theoretisch ein ungestörtes Signal der Quelle erhalten sollte, ist für den Kohärenzverlust nur der Weg der Schallwelle von der Quelle zum ortsfixierten Mikrofon außerhalb der Scherschicht verantwortlich. Hier zeigt sich ein grundlegender Nachteil der Theorie nach Rytov mit Markov-Annahme. Da der Hauptintegrationsweg von der Quelle zum Mittelpunkt zwischen den beiden Mikrofonen führt, sind Ergebnisse nur dann sinnvoll, wenn sich beide Mikrofone außerhalb der Strömung befinden (siehe Gleichung 2.41 und Abbildung 2.1).

Innerhalb der Scherschicht sinkt die Kohärenz bei den Theorien nach Born und Rytov ohne Markov-Annahme stark ab. Innerhalb der Herleitung der Theorie nach Born wurde für die gestreute Welle eine Fernfeld-Annahme gemacht. Diese ist innerhalb des Streuvolumens grundlegend verletzt. Dennoch sind die Kohärenzen bei den Theorien nach Born und Rytov ohne Markov-Annahme vergleichbar.

Außerhalb der Strömung werden alle Theorien mit steigendem Abstand zur Scherschicht immer ähnlicher. Ein grundlegender Unterschied zwischen der Theorie nach Born, zu denen nach Rytov, ist der deutlich kleinere Kohärenzradius in Ausbreitungsrichtung der Schallwelle. In der Theorie nach Rytov mit Markov-Annahme gibt es keinen Kohärenzverlust in Ausbreitungsrichtung. Außerhalb der Strömung ist die Kohärenz, innerhalb der Theorien nach Rytov, zwischen zwei Mikrofonen, die auf einer Linie mit der Quelle liegen, per Definition gleich null. Abweichungen hiervon sind der endlichen Auflösung bei der Berechnung und der linearen Interpolation bei der grafischen Darstellung der Ergebnisse geschuldet.

5.4 Vergleich der Theorien mit der gemessenen Kohärenz im AKG

In diesem Abschnitt wird der gemessene Kohärenzverlust im Windkanal AKG mit den drei vorgestellten Theorien verglichen. Im Gegensatz zur Messung im DNW-NWB, müssen die Strömungskorrelationen nicht mithilfe des Ähnlichkeitsansatzes skaliert werden, da diese für jede Strömungsgeschwindigkeit separat und in der erforderlichen Geometrie vorliegen. Die PIV-Messungen wurden zur gleichen Zeit wie die akustischen Messungen durchgeführt.

5.4 Vergleich der Theorien mit der gemessenen Kohärenz im AKG

In Abbildung 5.6 ist die Kohärenz von einem Referenzmikrofon zu allen anderen Mikrofonen auf Höhe der Kanalmitte für die Strömungsgeschwindigkeiten $U_0 = 10$ m/s, 20 m/s, 30 m/s und 40 m/s dargestellt.

Die aus den Strömungsdaten und der Theorie nach Rytov ohne Markov-Annahme ermittelte Kohärenz ist als durchgezogene Linie dargestellt und die akustisch gemessene Kohärenz ist mit dem Symbol „o“ gekennzeichnet. In der oberen Reihe wurde die gemessene Kohärenz über der 40 kHz Terz gemittelt. Zunächst fällt auf, dass der akustisch gemessene Kohärenzverlust, entgegen vorheriger Erwartungen, bei $U_0 = 30$ m/s stärker ist als bei $U_0 = 40$ m/s. Da auch die theoretisch aus den PIV-Strömungsmessungen berechnete Kohärenz diesem Trend folgt, ist es naheliegend, dass die Ursache hierfür tatsächlich die Strömung in der Scherschicht ist. Auffällig ist, dass dies nur für Mikrofone mit geringem Abstand zur Düse gilt ($x < 0,4$). Im Abschnitt 4.2 wurde gezeigt, dass die Strömungsfuktuationen bei $Re_x \approx 3 \cdot 10^5$ ein Maximum besitzen. Wie in Abbildung 5.7 zu sehen ist, liegt dieses Maximum bei $U_0 = 30$ m/s bei etwa $x = 0,17$ m. In diesem Bereich ist die Scherschicht bei $U_0 = 30$ m/s breiter und turbulenter als bei $U_0 = 40$ m/s. Die gestrichelten Linien in Abbildung 5.7 dienen nur der visuellen Orientierung. Ein weiterer Grund für eine höhere Kohärenz bei $U_0 = 40$ m/s könnte die Temperatur im Windkanal sein ($U_0 = 30$ m/s, 24,5 °C und $U_0 = 40$ m/s, 30,3 °C). Der Einfluss auf die Schallgeschwindigkeit ist hier nicht zu vernachlässigen. Im Bezug auf die Kohärenz γ^2 führt dies jedoch maximal zu einer Änderung von $\approx 0,24$ dB.

Zweitens fällt auf, dass die gemessene Kohärenz deutlich geringer ist, als die theoretisch berechnete Kohärenz. Hierfür kommen mehrere Ursachen in Frage, die jedoch folgend entkräftet werden:

1. Ein schlechtes **Signal-Rausch-Verhältnis**.

Wie in Abschnitt 4.2 zu sehen, ist das Hintergrundgeräusch des Windkanals mehr als 15 dB leiser als der Lautsprecher.

2. Eine **geringe Effektstärke**.

Das heißt, der Kohärenzverlust durch die Strömung ist so gering, dass der Messaufbau selbst einen größeren Kohärenzverlust erzeugt. In Abschnitt 4.2 war zu sehen, dass bei Frequenzen unterhalb von 20 kHz die Kohärenz immer größer -3 dB ist. Generell können also Kohärenzverluste kleiner als -3 dB mit dem aktuellen Messaufbau detektiert werden.

3. Die **Anzahl an Mittelungen** für die Berechnung der Kohärenz ist zu gering.

Im vorliegenden Fall ist die Anzahl der Mittelungen etwa 56.000. Dies ist ausreichend, um Kohärenzen bis zu ≈ -47 dB korrekt zu berechnen.

Die möglichen Ursachen für eine Abweichung zwischen Theorie und Messung sind für den vorliegenden Fall nicht zutreffend. Der Messaufbau im Windkanal AKG ist jedoch nicht

5 Vergleich der Messdaten mit den theoretischen Kohärenzmodellen

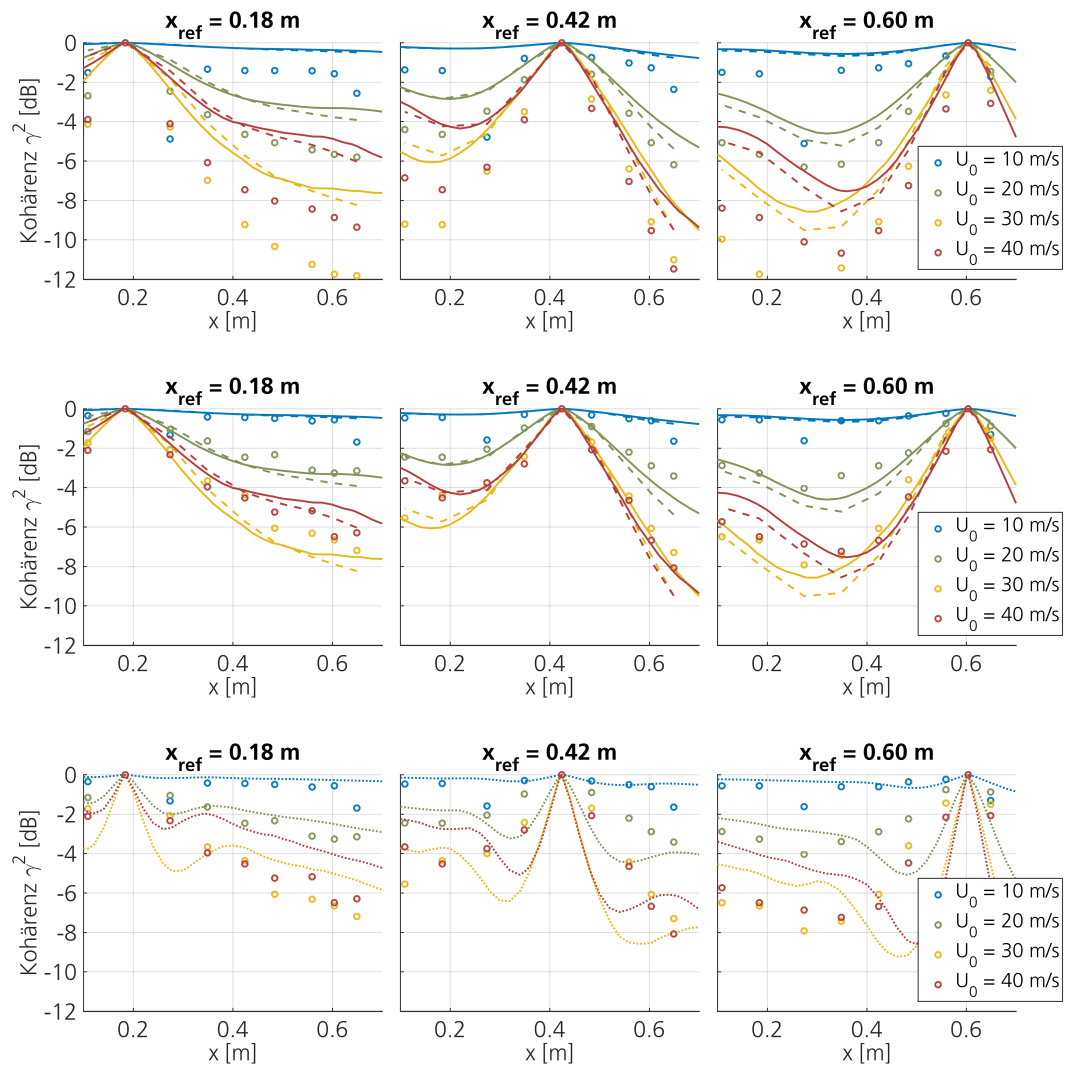


Abbildung 5.6: „o“ Messung, „—“ Theorie - Rytov ohne Markov-Annahme, „- -“ Theorie - Born mit $f_{\text{Born}} = 2f$, „...“ Theorie - Rytov mit Markov. Kohärenz, für das Terz-Band 40 kHz und FFT-Blockgröße 20 ms (entspricht $\Delta f = 50 \text{ Hz}$). Oben: Gemessene Kohärenz gemittelt über ein Terz-band. Mitte/Unten: Maximale gemessene Kohärenz in einem Terz-band.

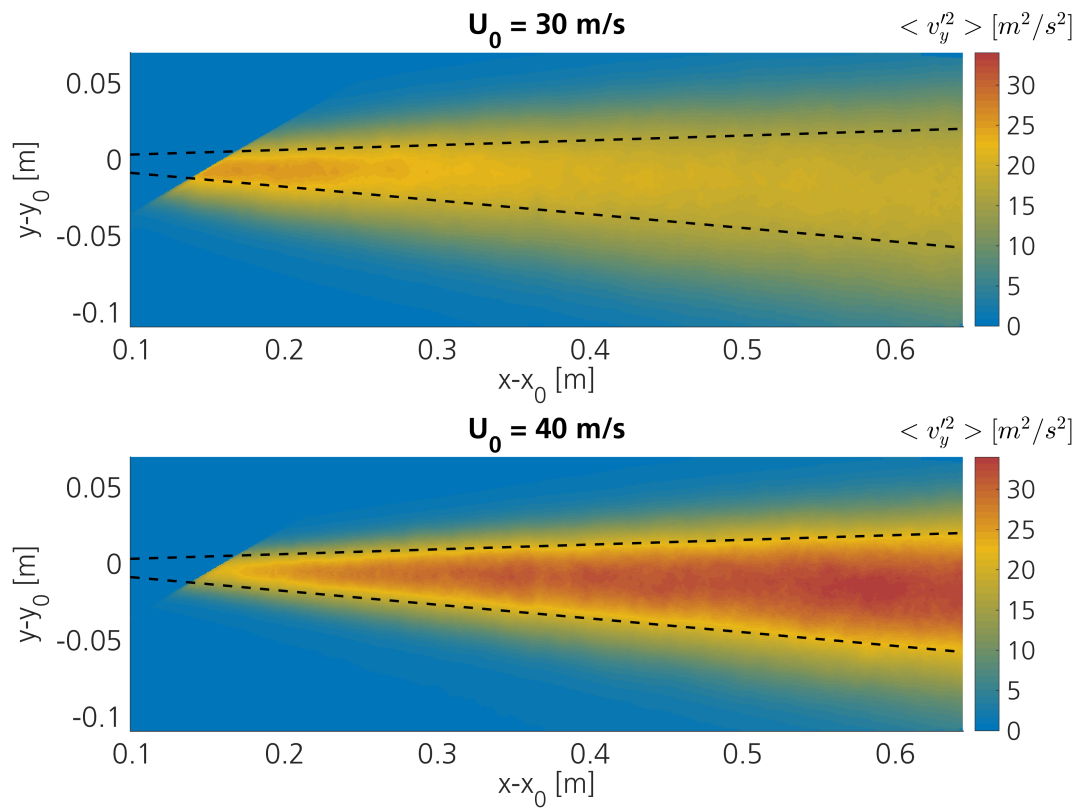


Abbildung 5.7: **Gemittelte Turbulenz in y - Richtung für $U_0 = 30 \text{ m/s}$ und 40 m/s .**

5 Vergleich der Messdaten mit den theoretischen Kohärenzmodellen

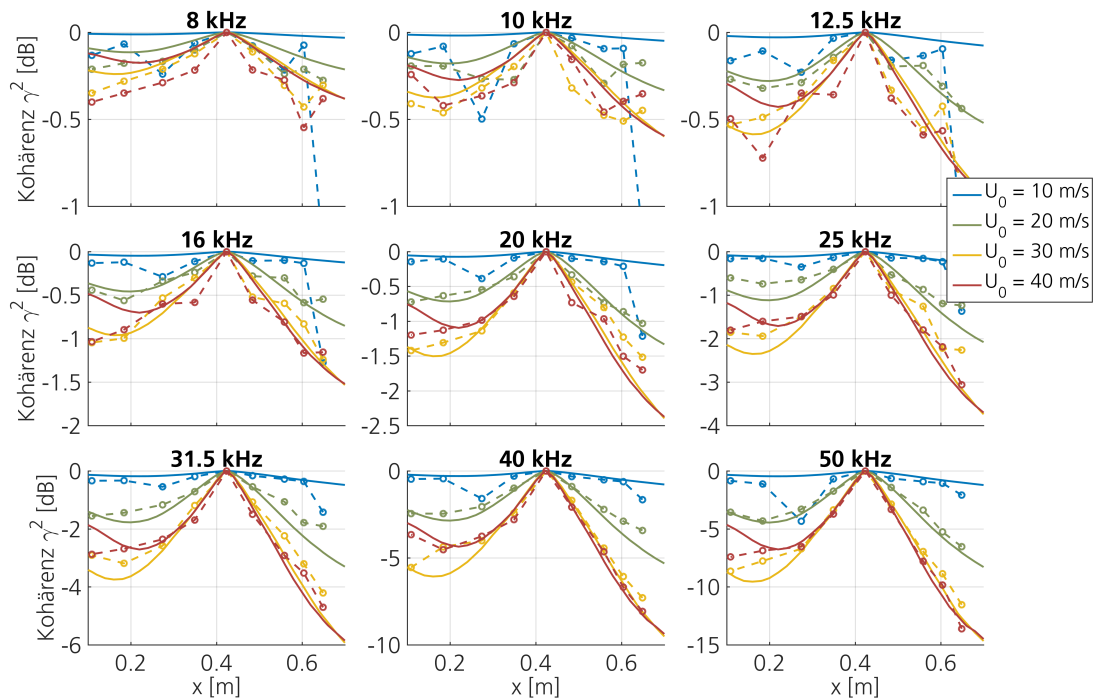


Abbildung 5.8: „o“ Messung, „–“ Theorie - Rytov ohne Markov-Annahme. Maximale Kohärenz pro Terz-Band bei einer FFT-Blockgröße von 20 ms ($\Delta f = 50$ Hz). $x_{\text{ref}} = 0,42$ m.

optimal mit akustisch absorbierendem Material ausgekleidet. Zum Zeitpunkt der Messung war die Düse und der Kollektor des Windkanals noch nicht mit Schaumstoff ausgekleidet. Düse und Kollektor können als schallhart angesehen werden. Des Weiteren wurden zahlreiche Absorber aus dem Messaufbau entfernt, um die Sicht der PIV-Kameras nicht zu behindern, sodass hier keine Freifeldbedingungen mehr vorliegen. Auch die Aufhängung der Mikrofone, ausgeführt als Lochblech, reflektiert den Schall. Reflektionen führen zu Einbrüchen im Spektrum und folglich auch bei der Kohärenz. Eine nachträgliche Entfernung der Reflektionen aus den Messsignalen war aufgrund der kurzen Wegstrecken nicht erfolgreich. Werden die starken Einbrüche in der Kohärenz jedoch ignoriert, und statt dem Mittelwert über einer Terz-Frequenz das Maximum verwendet, stimmen die gemessenen und theoretisch berechneten Kohärenzen überein (siehe Abbildung 5.6 unten).

In Abbildung 5.8 ist die gemessene und die theoretisch berechnete Kohärenz zwischen einem Referenzmikrofon bei $x - x_0 = 0,42$ m zu allen anderen Mikrofonen für die Terz-Frequenzen von 8 bis 50 kHz zu sehen. Auf einen Vergleich zu den Theorien nach Rytov mit Markov-Annahme und nach Born wurde hierbei verzichtet. Bis 12,5 kHz ist der Kohärenzverlust geringer als -1 dB, was einer Kohärenz von $\gamma^2 \geq 0,8$ entspricht. Aufgrund dieser geringen Werte ist der Einfluss der Frequenz und der Strömungsgeschwindigkeit auf

die gemessene Kohärenz wenig sichtbar. Zwischen 16 und 25 kHz ist der Kohärenzverlust immer noch kleiner als -3 dB. Der Einfluss der Frequenz und der Strömungsgeschwindigkeit ist deutlich sichtbar. In diesem Frequenzbereich stimmen Messung und Theorie mit etwa $\pm 0,5$ dB überein. Bei $U_0 = 10$ m/s weichen zwei Mikrofone bei $x - x_0 = 0,3$ m und 0,65 m deutlich ab. Ab 31,5 kHz nimmt der gemessene Kohärenzverlust deutlich zu und stimmt mit der Theorie bis auf ± 1 dB überein.

5.5 Vergleich der Theorien mit der gemessenen Kohärenz im DNW-NWB

In diesem Abschnitt werden die drei theoretischen Modelle mit der gemessenen Kohärenz im DNW-NWB verglichen werden. Aufgrund der Vielzahl der Parameter und Einflussfaktoren wird im Folgenden eine *Basis-Konfiguration* festgehalten. Anschließend wird jeweils ein einzelner Parameter variiert, um dessen Einfluss zu verdeutlichen. Die Parameter dieser *Basis-Konfiguration* sind:

- Terz-Frequenz: $f = 8$ kHz
- Strömungsgeschwindigkeit: $U_0 = 30$ m/s
- FFT-Blockgröße: 40 ms ($\Delta f = 25$ Hz)
- Kein zeitlicher Shift der FFT-Blöcke (siehe Abschnitt 3.3.3)
- Keine Subtraktion des Hintergrundgeräusches (siehe Abschnitt 3.3.4)
- Referenzpositionen bei $x_{\text{ref}} = 0$ m, 1 m und 3 m

In Abbildung 5.9 ist die Kohärenz γ von einem Referenzmikrofon bei x_{ref} zu allen anderen Mikrofonen für die genannte *Basis-Konfiguration* zu sehen. Die Messdaten sind mit einem „o“ markiert und jeder Kreis markiert ein Mikrofonpaar. Die Messdaten werden deutlich besser durch die Theorie nach Born und nach Rytov ohne Markov-Annahme beschrieben. Der Fehler ist in weiten Teilen kleiner als ± 1 dB. Für kleine Abstände zwischen Mikrofonen wird die Kohärenz durch die Theorie nach Rytov mit Markov-Annahme unterschätzt und für große Abstände überschätzt. Die Abweichung zwischen Messung und Theorie wird grundsätzlich größer, je weiter stromab sich ein Mikrofon befindet. Der Kohärenzverlust wird deutlich besser durch die Theorie nach Rytov ohne Markov-Annahme beschrieben als durch die zwei anderen Theorien. Im Folgenden wird deshalb nur die Theorie nach Rytov ohne Markov-Annahme diskutiert. Der Vollständigkeit halber, werden die beiden anderen Theorien bei den folgenden Parametervariationen mit abgebildet.

5 Vergleich der Messdaten mit den theoretischen Kohärenzmodellen

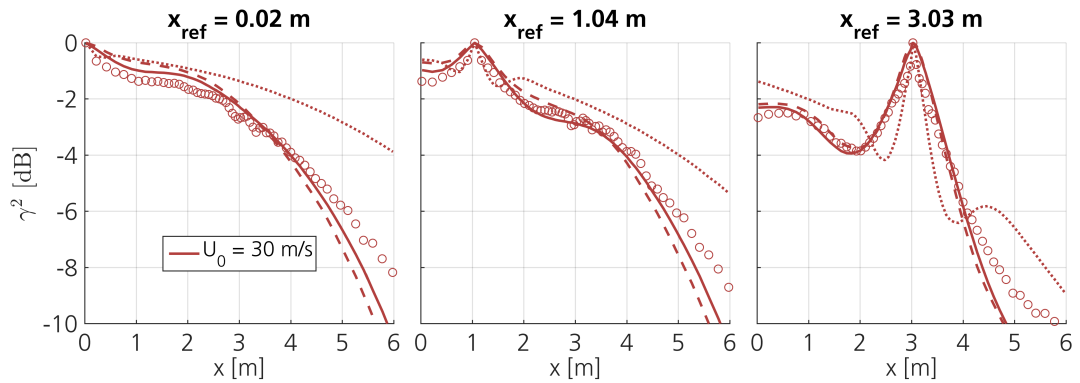


Abbildung 5.9: „o“ Messung, „-“ Theorie - Rytov ohne Markov-Annahme, „...“ Theorie - Rytov mit Markov-Annahme, „- -“ Theorie - Born mit $f_{\text{Born}} = 2f$. Kohärenz, gemittelt für das Terz-Band 8 kHz und FFT-Blockgröße 40 ms (entspricht $\Delta f = 25$ Hz)

5.5.1 Diskussion FFT-Shift und Blocksize

Ist die Frequenz oder die Strömungsgeschwindigkeit hoch, sinkt die Kohärenz stark ab. Bei einer endlichen Anzahl an Mittelungen sinkt die gemessene Kohärenz ab einem Wert von

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{\text{Mittelungen}}} \quad (5.8)$$

nicht mehr. In der Messung im DNW-NWB betrug die Messdauer 120 Sekunden lang. Bei einer FFT-Blockgröße von 40 ms sind dies 6000 Mittelungen oder eine Kohärenz von minimal $\gamma^2 \approx -38$ dB. Wird die FFT-Blockgröße verkleinert, steigt die Anzahl der Mittelungen. Gleichzeitig vergrößert sich jedoch auch der Fehler, da die Signale nicht gleichzeitig am Mikrofonort ankommen. Ist die FFT-Blockgröße so klein, dass sie in der Größenordnung der Zeitverzögerung zwischen den beiden Mikrofonen liegt, wird der Fehler beliebig groß. Eine Möglichkeit dies zu umgehen, ist wie in Abschnitt 3.3.3 beschrieben, die FFT-Blöcke zeitlich zu verschieben um den genannten Fehler zu kompensieren. In Abbildung 5.10 wurde diese Technik angewendet, um die Anzahl der Mittelungen auf 96000 zu erhöhen. Dies entspricht einer minimal messbaren Kohärenz von $\gamma^2 \approx -50$ dB. Ist die gemessene Kohärenz γ^2 größer als -30 dB, ergibt sich keine Änderung. Unterhalb von -30 dB sinkt die gemessene Kohärenz ab und erreicht den theoretischen Wert von -50 dB. Für eine weitere Nutzung der Kreuzkorrelationen, zum Beispiel für das Beamforming, sollten folglich nur die Einträge der Kreuzspektralmatrix verwendet werden, deren entsprechende Kohärenz mindestens $\gamma^2 > \frac{1}{\text{Mittelungen}}$ beträgt. Umgekehrt kann mithilfe der theoretischen Kohärenzvorhersage auch die erforderliche Anzahl an Mittelungen, beziehungsweise Messzeit, für ein gegebenes Mikrofonarray berechnet werden. Bei dem hier vorliegenden Mikrofonarray, von 6 m Länge in Strömungsrichtung, ist bei $U_0 = 70$ m/s die theoretisch ermittelte Kohärenz γ^2 zwischen erstem und letztem Mikrofon -200 dB. Die erforderliche Messzeit würde

5.5 Vergleich der Theorien mit der gemessenen Kohärenz im DNW-NWB

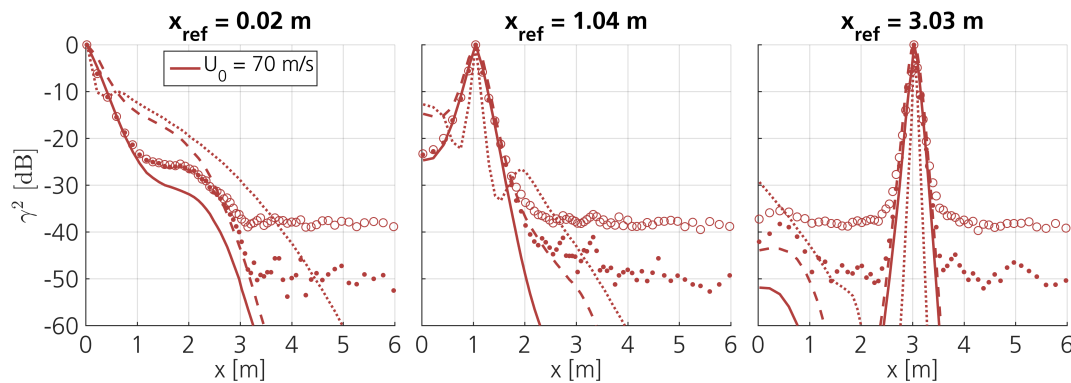


Abbildung 5.10: „o“ Messung mit FFT-Blockgröße 2,5 ms (entspricht $\Delta f = 400$ Hz) und FFT-Shift, „• • •“ Messung mit FFT-Blockgröße 40 ms ($\Delta f = 25$ Hz) ohne FFT-Shift, „-“ Theorie - Rytov ohne Markov-Annahme, „...“ Theorie - Rytov mit Markov-Annahme, „-.-“ Theorie - Born mit $f_{\text{Born}} = 2f$. Kohärenz, gemittelt für das Terz-Band 16 kHz.

in diesem Fall bei $\approx 4 \cdot 10^9$ Jahren liegen. Wird dagegen nur mit $U_0 = 30$ m/s gemessen, liegt die erforderliche Messzeit bei 12,5 Sekunden. Dies verdeutlicht die Notwendigkeit für eine Abschätzung der zu erwartenden Kohärenz γ .

5.5.2 Diskussion: Subtraktion des Hintergrundgeräusches

Wie in Abschnitt 4.1 beschrieben, ist das Hintergrundgeräusch des Windkanals DNW-NWB in dieser Messung unter 5 kHz teilweise lauter als das eigentliche Lautsprecher Signal (negatives Signal-Rausch-Verhältnis). Für die 4 kHz Terz ist das Signal-Rausch-Verhältnis bei etwa +5 dB. In Abbildung 5.11 ist die gemessene Kohärenz γ^2 mit und ohne Subtraktion des Hintergrundgeräusches bei 4 kHz und $U_0 = 70$ m/s zu sehen. Für die Subtraktion wurde das Verfahren nach Bahr et. al. [5] (siehe Abschnitt 3.3.4) verwendet. Die gemessene Kohärenz mit Subtraktion steigt deutlich um bis zu 8 dB gegenüber der gemessenen Kohärenz ohne Subtraktion an. Nach der Subtraktion des Hintergrundgeräusches stimmen die Theorie nach Rytov ohne Markov-Annahme und die Messung bis auf ± 2 dB überein. Das heißt, der durch die Scherschicht verursachte Kohärenzverlust ist viel geringer als der durch das Hintergrundgeräusches hervorgerufene.

5 Vergleich der Messdaten mit den theoretischen Kohärenzmodellen

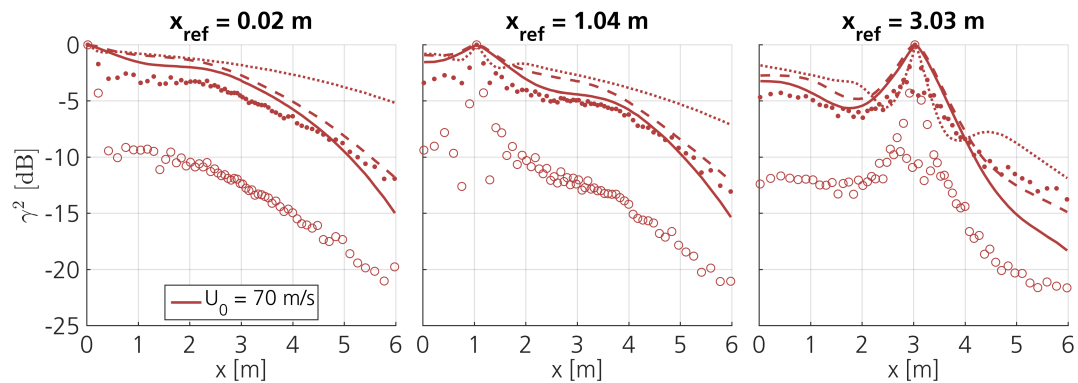


Abbildung 5.11: „o“ Messung, „•••“ Messung mit Subtraktion des Hintergrundgeräusches, „-“ Theorie - Rytov ohne Markov-Annahme, „...“ Theorie - Rytov mit Markov-Annahme, „- -“ Theorie - Born mit $f_{\text{Born}} = 2f$. Kohärenz, gemittelt für das Terz-Band 4 kHz und FFT-Blockgröße 40 ms ($\Delta f = 25$ Hz).

5.5.3 Diskussion: Variation der Strömungsgeschwindigkeit

In diesem Absatz wird die Variation der Strömungsgeschwindigkeit U_0 diskutiert. In Abbildung 5.12 sind dazu die gemessenen und theoretischen Kohärenzen γ^2 dargestellt. Wie schon in der Beschreibung der theoretischen Kohärenzmodellen nach Rytov erwähnt, kann die Abhängigkeit von der Strömungsgeschwindigkeit U_0 direkt angegeben werden: $\gamma^2 \sim (\cdot)^{-U_0^2}$. Hiermit ist eine Normalisierung der Kohärenz bezüglich einer bestimmten Strömungsgeschwindigkeit möglich. Dies wird in Abbildung 5.12 (unten) dargestellt. Es ist zu sehen, dass auch die Messdaten diesem Skalierungsgesetz folgen. Mit steigender Strömungsgeschwindigkeit U_0 steigen die Abweichungen zwischen gemessener und theoretischer (Rytov ohne Markov-Annahme) Kohärenz γ^2 . Die Gründe hierfür, das Hintergrundgeräusch und die beschränkte Anzahl an Mittelungen, wurden schon in den vorhergehenden Abschnitten erläutert. Dass die Kurven der theoretisch berechneten Kohärenz nicht exakt übereinstimmen, liegt daran, dass für unterschiedliche Strömungsgeschwindigkeiten die Wege durch die Scherschicht leicht durch die stärkere Konvektion abweichen. Bei hohen Strömungsgeschwindigkeiten wird die Schallwelle stärker konvektiert und trifft weiter stromab auf die Scherschicht, welche hier geringfügig breiter ist.

5.5.4 Diskussion: Variation der Frequenz

In Abbildung 5.13 sind die gemessenen und theoretischen Kohärenzen für verschiedene Frequenzen dargestellt; in der oberen Abbildung ohne und in der unteren mit Normalisierung bezüglich der Frequenz 16 kHz. Die Messung und die Theorie nach Rytov ohne

5.5 Vergleich der Theorien mit der gemessenen Kohärenz im DNW-NWB

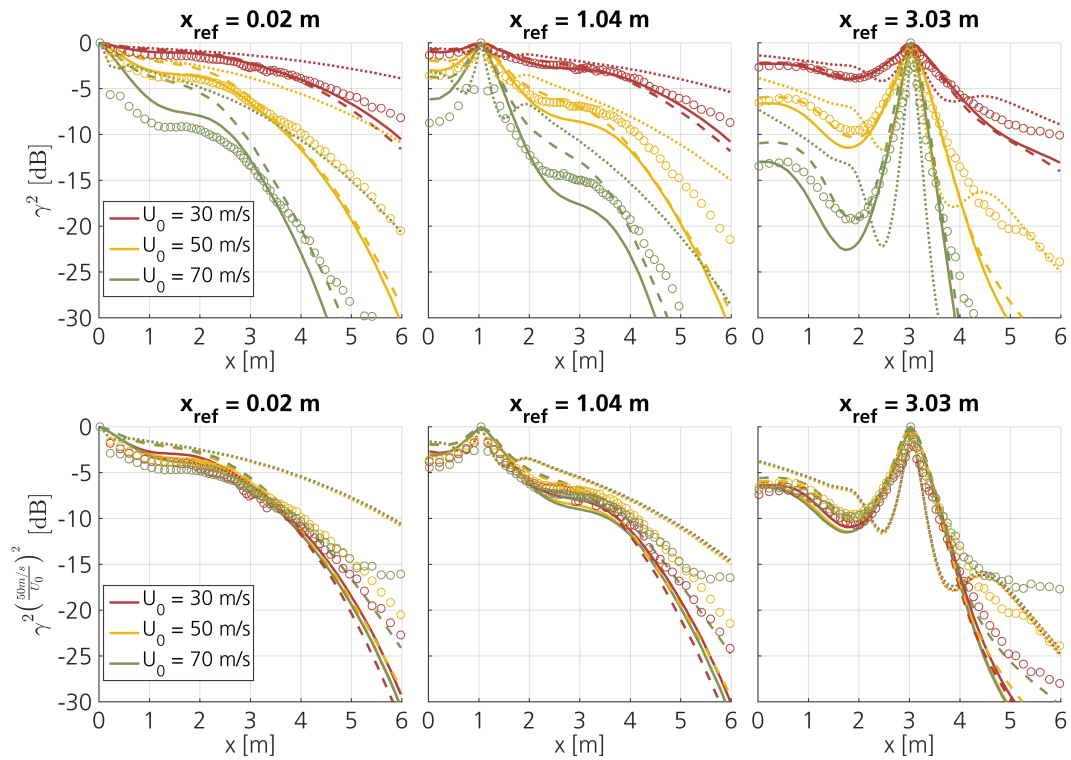


Abbildung 5.12: „o“ Messung, „—“ Theorie - Rytov ohne Markov-Annahme, „···“ Theorie - Rytov mit Markov-Annahme, „— · —“ Theorie - Born mit $f_{\text{Born}} = 2f$. Kohärenz γ^2 , gemittelt für das Terz-Band 8 kHz und FFT-Blockgröße 40 ms (entspricht $\Delta f = 25$ Hz). Oben: Ohne Normalisierung. Unten: Mit Normalisierung $\gamma^2 \left(\frac{50\text{m/s}}{U_0}\right)^2$.

5 Vergleich der Messdaten mit den theoretischen Kohärenzmodellen

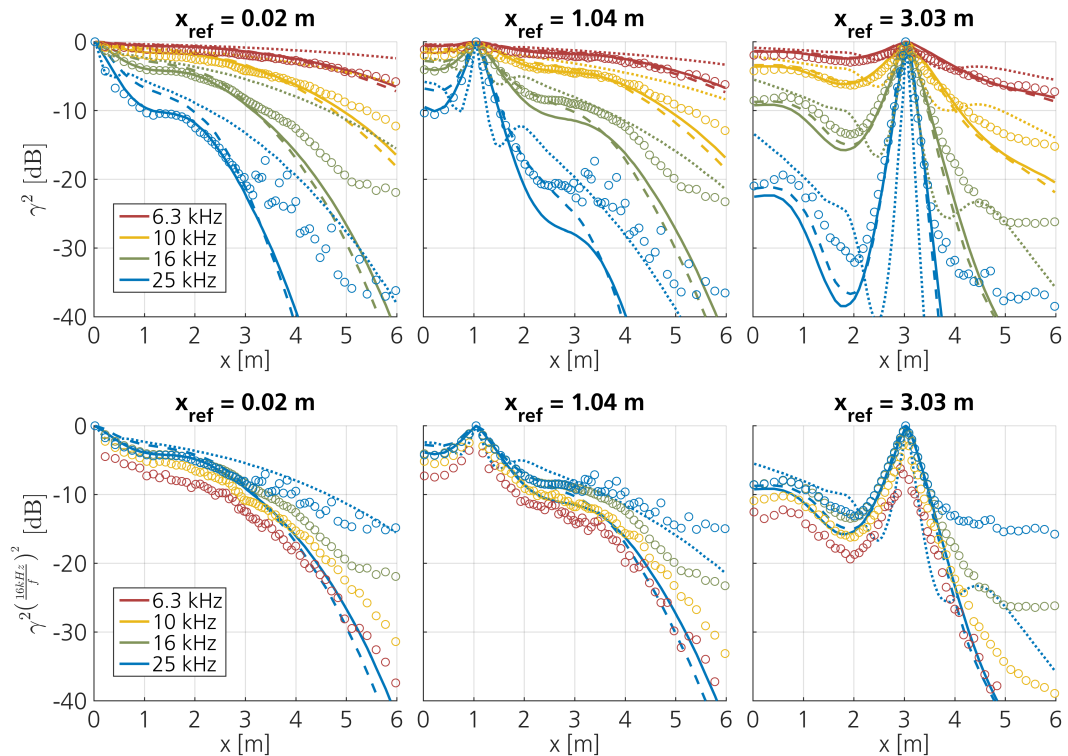


Abbildung 5.13: „o“ Messung, „-“ Theorie - Rytov ohne Markov-Annahme, „...“ Theorie - Rytov mit Markov-Annahme, „- -“ Theorie - Born. Kohärenz γ^2 bei $U_0 = 30$ m/s und FFT-Blockgröße 40 ms (entspricht $\Delta f = 25$ Hz). Oben: Ohne Normalisierung. Unten: Mit Normalisierung $\gamma^2 \left(\frac{16\text{kHz}}{f}\right)^2$.

Markov-Annahme stimmen bei kleinen Mikrofonabständen auch für verschiedene Frequenzen bis auf wenige dB gut überein. Der Unterschied steigt jedoch mit steigendem Abstand zum Referenzmikrofon. Die Ursache liegt hier wieder an der begrenzten Anzahl an Mittelungen. Im Extremfall, bei der Kohärenz zwischen dem Mikrofon bei $x = 0$ und $x = 6$ m bei 16 kHz, ist die gemessene Kohärenz etwa -20 dB und die theoretische Kohärenz -40 dB. Wird für diese Frequenz eine kleinere FFT-Blockgröße bei der Berechnung der gemessenen Kohärenz und der zeitlich passende FFT-Shift gewählt (siehe Abschnitt 3.3.3), sinkt diese auf -28 dB. Die Abweichungen steigen zudem mit dem Kohärenzverlust. Das heißt, bei sehr geringer Kohärenz, ist der Fehler in dB zwischen Theorie und Messung umso größer.

Die Theorie nach Rytov ohne Markov-Annahme überschätzt die Kohärenz in einem Bereich um das Referenzmikrofon leicht, je tiefer die Frequenz ist (siehe Abbildung 5.13 unten). Grundsätzlich folgen die Messdaten jedoch der Skalierung $\gamma^2 \sim (\cdot)^{f^2}$.

5.6 Korrektur der Beamforming-Ergebnisse mithilfe der Theorie nach Rytov ohne Markov-Annahme

Im Abschnitt 5.5 wurden die theoretischen Modelle zur Vorhersage der Kohärenz diskutiert und mit den gemessenen Kohärenzen im DNW-NWB verglichen. Als nächster Schritt wird die Vorhersage der Kohärenz in der Green'schen Funktion des *conventional Beamformers* (siehe Abschnitt 3.3.5) verwendet werden. Aufgrund der guten Übereinstimmung mit den Messdaten wird die Theorie nach Rytov ohne Markov-Annahme verwendet. Abbildung 5.14 zeigt den Pegelverlust beim Beamforming ohne (oben) und mit (mitte/unten) Kompensation des Kohärenzverlustes. Für das Beamforming wurde die normale Kreuzspektralmatrix mit einer FFT-Blockgröße von 40 ms (4000 Samples) verwendet. Im Bild unten wurde zusätzlich das Hintergrundgeräusch mit der Methode nach Bahr [5] (siehe Abschnitt 3.3.4) subtrahiert. Wie schon in Abschnitt 4.1.4 beschrieben, steigt der Pegelverlust ohne Kompensation des Kohärenzverlustes deutlich mit steigender Frequenz und Strömungsgeschwindigkeit an. Unter 10 kHz liegt der Pegelverlust zwischen 2 und 8 dB für die Strömungsgeschwindigkeiten von 30 bis 80 m/s. Oberhalb von 10 kHz ist der Pegelverlust bis zu 12 dB groß. Dass der Pegelverlust nicht weiter ansteigt, liegt am Hintergrundgeräusch des Windkanals (siehe Diskussion in Abschnitt 4.1.4).

Wird der Kohärenzverlust berücksichtigt (Abbildung 5.14 mitte), ist der Pegelverlust nahezu unabhängig von der Strömungsgeschwindigkeit und schwankt ($U_0 \leq 70$ m/s) nur um $\pm 1,5$ dB bis zu der Frequenz von 16 kHz. Generell wird der Pegelverlust etwas zu stark kompensiert. Dieser Effekt ist umso stärker ausgeprägt, je größer die Frequenz und die Strömungsgeschwindigkeit sind. Auch hierfür dürfte das steigende Hintergrundgeräusch des Windkanals verantwortlich sein. Wird das Hintergrundgeräusch subtrahiert (Abbildung 5.14 unten), weicht die Quellstärke der Beamforming-Ergebnisse mit Strömung bis 25 kHz um maximal 3 dB von der Quellstärke ohne Strömung ab. Bis zu der Frequenz von 13 kHz liegen die Abweichungen im Bereich von maximal 2 dB. Mit Subtraktion des Hintergrundgeräusches schwankt die Quellstärke zwischen den verschiedenen Strömungsgeschwindigkeiten nur noch um etwa ± 1 dB.

Im Abschnitt 5.5.1 wurde gezeigt, dass eine ausreichende Anzahl an Mittelungen notwendig ist, um eine physikalische Kohärenz oder Korrelation zu bestimmen. Ist diese Mittelungsanzahl zu gering, ist die Korrelation bezüglich der Amplitude noch nicht weit genug gesunken und bezüglich der Phase stark fehlerbehaftet. Folglich sollten Korrelationen, die diese kritische Anzahl an Mittelungen nicht überschritten haben, auch nicht beim Beamforming verwendet werden. Das Absinken der Korrelation führt jedoch automatisch dazu, dass diese Werte beim Beamforming geringer gewichtet werden. Bei Berücksichtigung dieses Problems, ergibt sich deshalb nur ein Unterschied von weniger als 0,01 dB und ist damit zu vernachlässigen. Je geringer jedoch die Anzahl der Mittelungen ist, desto stärker fällt dieser Effekt ins Gewicht.

In Abbildung 5.15 ist die Beamforming Quellkarte über dem Ort x für die Terz-Frequenzen

5 Vergleich der Messdaten mit den theoretischen Kohärenzmodellen

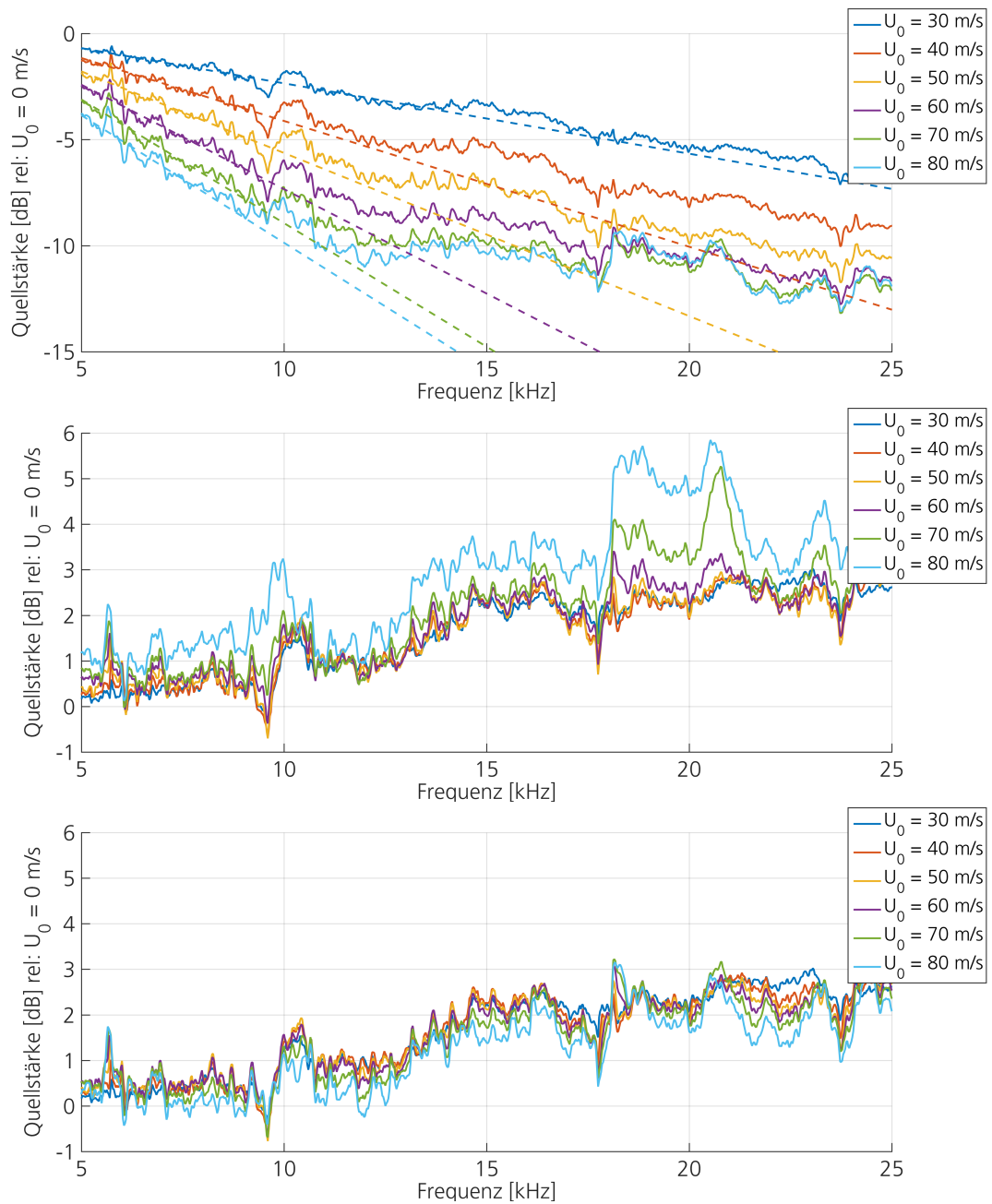


Abbildung 5.14: Pegelverlust beim Beamforming im DNW-NWB des horizontalen Mikrofonarrays. Oben: Ohne Kompensation des Kohärenzverlustes. Mitte: Mit Kompensation des Kohärenzverlustes nach Rytov ohne Markov-Annahme. Unten: Mit Kompensation des Kohärenzverlustes nach Rytov ohne Markov-Annahme und Subtraktion des Hintergrundgeräusches nach Bahr [5].

5, 10, 16 und 25 kHz und den Strömungsgeschwindigkeiten $U_0 = 0, 30, 40, 50, 60, 70$ und 80 m/s dargestellt. Das Hintergrundgeräusch wurde mit der Methode nach Bahr [5] subtrahiert. In der linken Spalte sind die Ergebnisse ohne und in der rechten Spalte mit Kompensation des Kohärenzverlustes aufgeführt. Der Peak am Ort der Quellposition wird als Hauptkeule bezeichnet und die restlichen Bereiche als Nebenkeulen. Die Höhe der größten Nebenkeule wird als Dynamik bezeichnet. Alle Ergebnisse sind im Pegel pro Terzband bezüglich der Quellstärke bei $U_0 = 0$ m/s normalisiert. Wie schon in Abbildung 5.14 zu sehen, sinkt der Pegel ohne Kompensation des Kohärenzverlustes mit steigender Strömungsgeschwindigkeit und steigender Frequenz. Die Strömung hat neben dem Einfluss auf die Hauptkeule auch eine Auswirkung auf die Nebenkeulen. Bei 25 kHz ist zu sehen, dass die Quellstärke mit steigender Strömungsgeschwindigkeit unabhängig vom Ort wird und somit die Quellkarte nahezu keine Informationen mehr enthält. Mit steigender Strömungsgeschwindigkeit sinkt dementsprechend die Dynamik und es steigt die Hauptkeulenbreite. Durch eine steigende Hauptkeulenbreite sinkt das Auflösungsvermögen des Mikrofonarray. Das Auflösungsvermögen ist der Abstand von zwei Quellen die sich noch trennen lassen.

Wird der Kohärenzverlust beim Beamforming korrigiert, wie im Abschnitt 5.6 beschrieben, sinkt die Dynamik und die Auflösung ebenfalls. Die Korrektur des Kohärenzverlustes kompensiert folglich **nicht** den Dynamikverlust und die geringere Auflösung beim Beamforming, sondern korrigiert nur die Quellstärke.

Die Änderung der Hauptkeulenbreite mit und ohne Kompensation des Kohärenzverlustes pro Terzband ist in Abbildung 5.16 zu sehen. Ohne Strömung sinkt die Hauptkeulenbreite $D_{-3\text{ dB}}$ invers proportional mit der Frequenz f [28].

$$D_{-3\text{ dB}} \sim 1/f \quad (5.9)$$

Mit Strömung steigt die Hauptkeulenbreite ab einer bestimmten kritischen Frequenz wieder an. Diese kritische Frequenz sinkt mit steigender Strömungsgeschwindigkeit und ist in diesem Beispiel bei $U_0 = 40$ m/s bei 16 kHz. Bei Kompensation des Kohärenzverlustes ergeben sich die gleichen Tendenzen, die kritischen Frequenzen sind jedoch niedriger. Zum Beispiel bei $U_0 = 40$ m/s bei 10 kHz. Das Auflösungsvermögen zur Quelltrennung ist folglich geringer, wenn die Kompensation des Kohärenzverlustes angewendet wird als ohne. In Abbildung 5.17 ist die höchste Nebenkeule (invers zur Dynamik) der Beamforming-Ergebnisse mit und ohne Kohärenzverlust zu sehen. Wie schon beschrieben, steigen die Nebenkeulen mit steigender Strömungsgeschwindigkeit und Frequenz an. Im direkten Vergleich bei gleicher Strömungsgeschwindigkeit und Frequenz sind die Nebenkeulen mit Kompensation des Kohärenzverlustes größer als ohne Kompensation. Das heißt, neben einem geringeren Auflösungsvermögen bewirkt die Kompensation des Kohärenzverlustes auch eine Verringerung der Dynamik.

5 Vergleich der Messdaten mit den theoretischen Kohärenzmodellen

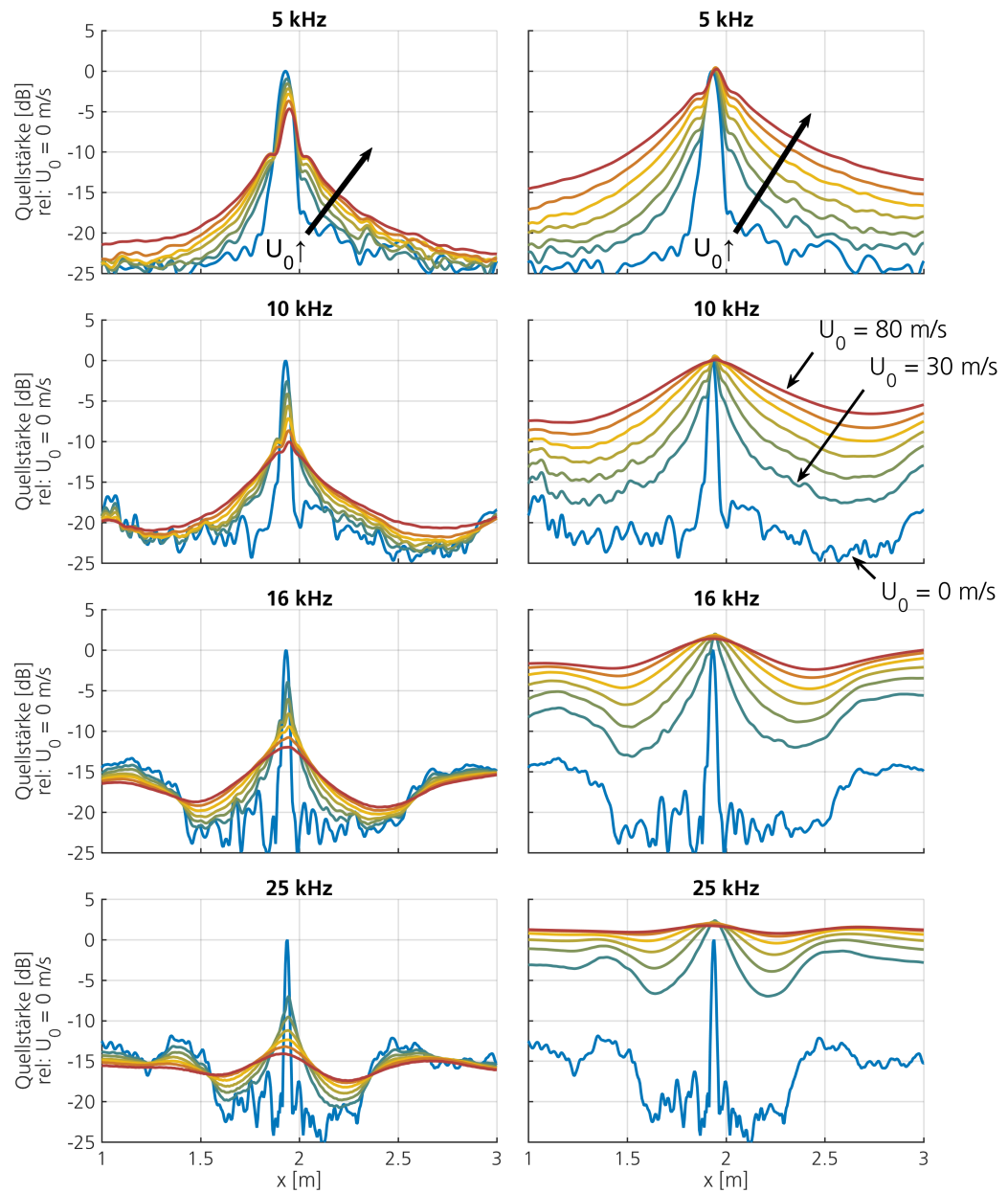


Abbildung 5.15: **Beamforming-Ergebnis für verschiedene Strömungsgeschwindigkeiten pro Terzband. Links: Ohne Kompensation des Kohärenzverlustes. Rechts: Mit Kompensation des Kohärenzverlustes nach Rytov ohne Markov-Annahme.**

5.6 Korrektur der Beamforming-Ergebnisse mithilfe der Theorie nach Rytov ohne Markov-Annahme

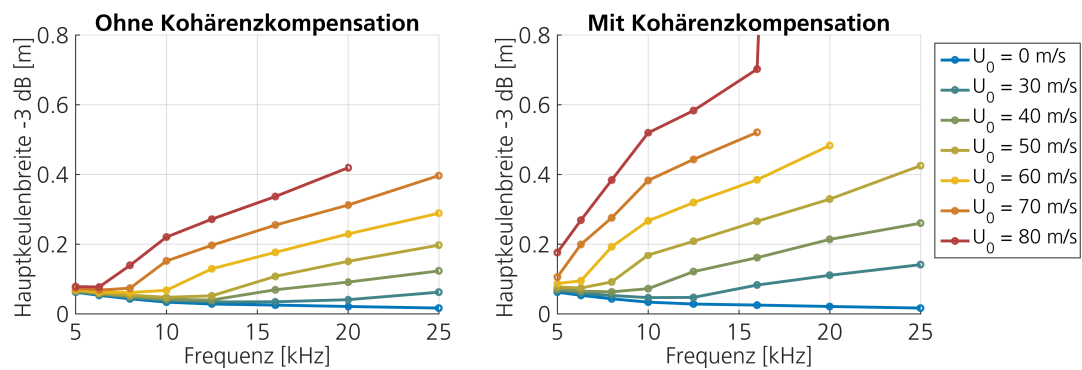


Abbildung 5.16: Hauptkeulenbreite für verschiedene Strömungsgeschwindigkeiten. Links: Ohne Kompensation des Kohärenzverlustes. Rechts: Mit Kompensation des Kohärenzverlustes nach Rytov ohne Markov-Annahme.

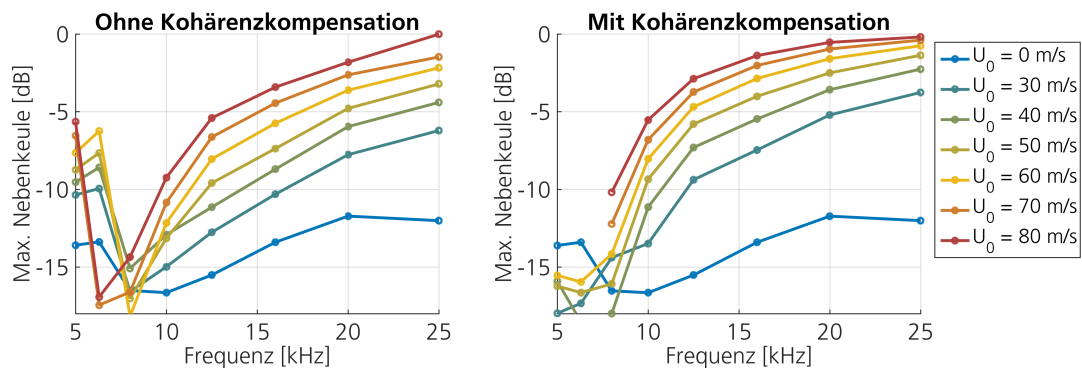


Abbildung 5.17: Nebenkeulenhöhe für verschiedene Strömungsgeschwindigkeiten. Links: Ohne Kompensation des Kohärenzverlustes. Rechts: Mit Kompensation des Kohärenzverlustes nach Rytov ohne Markov-Annahme.

6 Fazit, Zusammenfassung und Ausblick

6.1 Zusammenfassung und Fazit

In der vorliegenden Arbeit wurde der akustische Kohärenzverlust durch die turbulente Scherschicht von Mikrofonpaaren in offenen Windkanälen charakterisiert. Im Anschluss daran wurde der Einfluss des Kohärenzverlustes auf Beamforming-Ergebnisse gezeigt. Zu diesem Zweck wurden drei verschiedene theoretische Modelle für eine akustische Wellenausbreitung durch eine turbulente Strömung entwickelt, bevor daraus eine Formulierung für die Korrelation des Schalldruckes an zwei verschiedenen Orten abgeleitet wurde:

1. **Theorie nach Rytov mit Markov-Annahme**

Parabolische Näherung der Wellengleichung mit der Annahme, dass die Strömungsfluktuationen nur senkrecht zur Ausbreitungsrichtung korrelieren. Diese Theorie gilt nur bei hohen Frequenzen und bei schmalen Öffnungswinkeln der Mikrofone.

2. **Theorie nach Rytov ohne Markov-Annahme**

Parabolische Näherung der Wellengleichung mit der Annahme, dass die Strömungsfluktuationen beliebig korrelieren, jedoch konstant senkrecht zur Ausbreitungsrichtung sind. Diese Theorie gilt nur bei hohen Frequenzen und beliebigen Öffnungswinkeln der Mikrofone.

3. **Theorie nach Born**

Erste Born'sche Näherung der vereinfachten Lighthill-Gleichung. Diese Theorie gilt nur, wenn die Streuung der akustischen Welle klein ist. Folglich gilt sie nur, wenn die Strömungsgeschwindigkeit und die akustische Frequenz klein sind.

Alle drei Theorien benötigen die Zwei-Punkt-Korrelationen innerhalb der Scherschicht, um die Kohärenz zwischen zwei Orten zu berechnen. Diese Zwei-Punkt-Korrelationen wurden in dem Windkanal AKG mittels Stereo-PIV in einer Ebene gemessen. Korrelationen

6 Fazit, Zusammenfassung und Ausblick

außerhalb der Messebene wurden mithilfe einer einfachen integralen Korrelationslänge modelliert. Basierend auf der Annahme, dass die Scherschicht selbstähnlich ist, wurde aus den gemessenen PIV-Daten ein generisches Modell für die Zwei-Punkt-Korrelationen der Strömung für beliebige Geometrien entwickelt.

Der akustische Kohärenzverlust wurde in zwei verschiedenen Windkanälen (AKG und DNW-NWB) mithilfe von Linienarrays in Strömungsrichtung messtechnisch, mit den folgenden Randbedingungen, erfasst:

| Windkanal | AKG | DNW-NWB |
|----------------------|------------|----------------|
| U_0 [m/s] | 10 - 40 | 30 - 80 |
| Frequenz [kHz] | 5 - 50 | 1 - 25 |
| Mikrofone | 8 | 60 |
| Array-Größe [m] | 0,6 | 6 |
| Düsengröße [m] x [m] | 0,4 x 0,4 | 2,8 x 3,2 |
| Strömungsmessung | Stereo-PIV | Hitzdrahtsonde |

Aus den Messungen und dem Vergleich mit den theoretischen Modellen ergeben sich folgende Schlussfolgerungen:

1. Die Kohärenz γ^2 folgt sowohl gemessen, als auch in der Theorie nach Rytov ohne Markov-Annahme, den folgenden Prinzipien:
 - Die Kohärenz γ^2 zu einem Mikrofon ist aufgrund der anwachsenden Scherschicht stromab kleiner als stromauf.
 - Die Kohärenz γ^2 fällt in Strömungsrichtung monoton über dem Ort. In einigen Abschnitten ist dieser Kohärenzabfall exponentiell.
 - Die Kohärenz γ^2 fällt gegen die Strömungsrichtung **nicht** monoton ab. Sie besitzt ein lokales Minimum und steigt mit zunehmendem Mikrofonabstand wieder an.
 - Die Kohärenz γ^2 skaliert exponentiell quadratisch mit der Machzahl M und der akustischen Wellenlänge λ .

$$\gamma^2 = \exp \left(-\frac{M^2}{\lambda^2} F(\mathbf{x}_0, \mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) \right) \quad (6.1)$$

Hierbei ist F eine Funktion, die nur von der Lage der Quellposition \mathbf{x}_0 und der Mikrofonpositionen $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2$ abhängt. Die Abhängigkeit der Funktion F von M ist praktisch zu vernachlässigen für $M < 0,25$.

2. Die gemessene Kohärenz γ^2 fällt senkrecht (z-Richtung) zur Strömungsrichtung exponentiell mit zunehmendem Mikrofonabstand.
3. Alle drei theoretischen Ansätze erlauben eine Abschätzung der Größenordnung des Kohärenzverlustes. Nur die Theorie nach Rytov ohne Markov-Annahme ermöglichte eine Vorhersage der Kohärenz bis auf wenige dB genau und benötigt dabei nur die Zwei-Punkt-Korrelationsanteile der beiden Ausbreitungsrichtungen von der Schallquelle zu den beiden Mikrofonen. Die Theorie nach Born ist aufgrund der hohen Berechnungsdauer nicht praktikabel und benötigt den gesamten Korrelationstensor im Streuvolumen. Des Weiteren konnte bei der Theorie nach Born keine Skalierung bezüglich der Frequenz abgeleitet werden. Die Theorie nach Rytov mit Markov-Annahme unter-/überschätzt die Kohärenz bei kleinen/großen Mikrofonabständen.
4. Wenn das Hintergrundgeräusch des Windkanals lauter ist als die akustische Quelle, hat dies starken Einfluss auf den Kohärenzverlust. Wird das Hintergrundgeräusch mithilfe der Methode nach Bahr et. al.[4] subtrahiert bleiben die Kohärenzen physikalisch und stimmen auch für tiefe Frequenzen mit der theoretischen Vorhersage überein. Im Umkehrschluss bedeutet dies, dass bei einem lauten Hintergrundgeräusch nicht der Schalldurchgang durch die Scherschicht, sondern das Hintergrundgeräusch für den Kohärenzverlust verantwortlich ist.
5. Für die Berechnung einer Kohärenz γ^2 aus akustischen Messdaten sind mehr als $\frac{1}{\gamma^2}$ Mittelungen notwendig. Andernfalls ist die berechnete Kohärenz zu groß. Die eingeführten theoretischen Ansätze erlauben folglich eine Abschätzung der notwendigen Messzeit.
6. Die mit Stereo-PIV gemessenen Strömungskorrelationen in einem kleinen Modellwindkanal AKG sind mithilfe der Selbstähnlichkeitsannahme auf die Scherschicht anderer Windkanäle übertragbar und lassen eine Vorhersage der Kohärenz bis auf wenige dB genau zu. Für eine Kalibrierung ist nur die Kenntnis der maximalen Turbulenzintensität senkrecht zur Strömungsrichtung notwendig. Die Fehler-Sensitivität in dB der berechneten Kohärenz in den Zwei-Punkt-Korrelationen nimmt mit steigender Frequenz und Strömungsgeschwindigkeit zu.
7. Die Scherschicht ist erst ab einer Reynolds-Zahl von $Re_x = \frac{U_0 x}{\nu} > 3 \cdot 10^5 \approx 6,2/U_0$ selbstähnlich.
8. Der Pegelverlust beim Beamforming steigt, wie der Kohärenzverlust, mit zunehmender Frequenz und Strömungsgeschwindigkeit stark an. Diese Abweichung betrug im DNW-NWB bis zu 15 dB. Bei der Verwendung der Theorie nach Rytov ohne Markov-Annahme als *steering matrix*, statt eines einfachen *steering vectors*, können die Beamforming-Ergebnisse bis auf ± 2 dB korrigiert werden (relativ zu einer Messung ohne Strömung). Die Abweichung für verschiedene Strömungsgeschwin-

6 Fazit, Zusammenfassung und Ausblick

digkeiten ist bis auf ± 1 dB möglich.

9. Die Kompensation des Kohärenzverlustes beim Beamforming bewirkt eine Verbreiterung der Hauptkeule und eine Verringerung der Dynamik im Vergleich zu den Beamforming-Ergebnissen ohne Kompensation des Kohärenzverlustes.

6.2 Ausblick

Bei der Bearbeitung der vorliegenden Arbeit ergaben sich zahlreiche, weiterführende Fragestellungen, die an dieser Stelle Erwähnung finden sollen:

1. Für eine Vorhersage der Kohärenz für ein zweidimensionales Mikrofonarray ist die Messung der Strömungskorrelationen in alle drei Raumrichtungen notwendig. Dies ist nur mit erheblichem messtechnischen Aufwand wie einer *3D - Particle Tracking* Messung oder einer langwierigen automatisierten Mehrkanal-Hitzdrahtmessung möglich. Eine Alternative könnte hier eine numerische Simulation der dreidimensionalen Scherschicht sein.
2. Durch die Eigenschaft der Selbstähnlichkeit in der Scherschicht ergeben sich zahlreiche Vereinfachungen. Es ist wünschenswert ein analytisches Modell der Strömungskorrelationen aufzustellen.
3. Die vorgestellten Theorien nach Rytov und Born sollten mittels numerischer Simulation der linearisierten Euler Gleichungen auf den gemessenen instantanen PIV-Ergebnissen validiert werden.
4. Die vorgestellte Theorie nach Rytov ohne Markov-Annahme kann direkt auf die Grenzschicht in geschlossenen Windkanälen angewendet werden und hier die Beamforming-Ergebnisse bei sehr hohen Frequenzen (bis zu 80 kHz aufgrund von skalierten Modellen) korrigieren. Notwendig sind hierfür die Zwei-Punkt-Korrelationen in der Grenzschicht.
5. Die vorgestellte Theorie nach Rytov ohne Markov-Annahme kann auch verwendet werden, um den Amplitudenabfall von Tönen durch die Scherschicht vorherzusagen.
6. Eine simultane Messung der Strömung in der Scherschicht, während einer akustischen Messung, bietet generell die Möglichkeit den Kohärenzverlust direkt zu kompensieren, sodass eine nachträgliche Korrektur im Beamforming Prozess gar nicht mehr notwendig ist. Die Theorie nach Rytov ohne Markov-Annahme kann hierbei direkt angewendet werden.
7. Das Konzept einer *steering matrix* statt eines *steering vectors* ist auch für die zahlreichen publizierten Beamforming-Algorithmen anwendbar. Dies erfordert jedoch eine Neuformulierung dieser Algorithmen.

Symbolverzeichnis

Buchstaben

| | |
|---|--|
| $\mathbf{v} = (v_x, v_y, v_z)^T \in \mathbb{R}^3$ | Strömungsgeschwindigkeitsvektor |
| $\mathbf{v}_\perp = (v_y, v_z)^T \in \mathbb{R}^2$ | Transversaler Strömungsgeschwindigkeitsvektor |
| \mathbf{w} | Schallschnelle im Frequenzbereich und Fensterfunktion |
| $\hat{\mathbf{w}} \in \mathbb{R}^3$ | Schallschnelle im Zeitbereich |
| U_0 | Strömungsgeschwindigkeit am Düsenaustritt des Windkanals |
| k | Akustische Wellenzahl |
| P | Gesamtdruck |
| $\mathbf{R}_i = (x_i, \mathbf{r}_i^T)^T$ | Ortskoordinate ($i = 1, 2, c, d$) |
| $\mathbf{r}_i = (y_i, z_i)^T$ | Transversale Ortskoordinate ($i = 1, 2, c, d$) |
| p | Akustischer Druck im Frequenzbereich |
| \hat{p} | Akustischer Druck im Zeitbereich |
| p_0 | Umgebungsdruck |
| p_{ref} | Ungestreuter Anteil des akustischen Druck |
| p_s | Gestreuter Anteil des akustischen Drucks |
| c | Schallgeschwindigkeit |
| f | Akustische Frequenz |
| $f_n = \frac{nf_s}{N_{\text{FFT}}}$ | Diskrete akustische Frequenz |
| f_s | Abtastfrequenz |
| N | Anzahl der Mikrofone |
| N_{FFT} | Anzahl der diskreten Frequenzstützstellen |
| N_{Shift} | Anzahl der Sampleshifts pro FFT-Block |
| N_{Samples} | Anzahl der Samples |
| t | Zeit |
| x_0, y_0 | Ortskoordinaten der Düsenkante |
| \mathbf{x}_0 | Quellposition |
| $x, y, z \in \mathbb{R}$ | Ortskoordinaten |
| $\mathbf{x}, \mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2 \in \mathbb{R}^3$ | Ortskoordinaten |
| j | Index beziehungsweise imaginäre Einheit |
| $M = \frac{U_0}{c}$ | Machzahl und Anzahl der Mittelungen |
| He | Helmholtz-Zahl |
| Re_x | Reynolds-Zahl bezogen auf den Abstand x von der Düsenkante |

Griechische Buchstaben

| | |
|--|---|
| $\lambda = \frac{c}{f}$ | Wellenlänge |
| $\omega = 2\pi f$ | Akustische Kreisfrequenz |
| $\gamma_{iso} = 1,4$ | Isentropenexponent |
| γ^2 | Kohärenz |
| $\gamma_n : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^3$ | Ausbreitungsweg der Schallwelle |
| ϕ_{eff} | Räumliches Spektrum der Geschwindigkeitsfluktuationen |
| ρ_0 | Umgebungsichte |
| ϱ | Akustische Dichteschwankungen |
| ρ | Gesamtdichte |
| θ | Winkel |
| $\kappa = (\kappa_x, \kappa_y, \kappa_z)^T$ | Wellenzahl der Turbulenz |
| $\kappa_{\perp} = (\kappa_y, \kappa_z)^T$ | Transversale Wellenzahl der Turbulenz |
| ε | Zufallsvariable |
| $\Lambda, \Lambda_x, \Lambda_y, \Lambda_z$ | Integrale Korrelationslänge |
| λ_l | Taylor Mikroskalenlänge |
| δ_{95} | Scherschichtdicke |
| ν | Kinematische Viskosität |
| $\xi = \frac{y-y_0}{x-x_0}$ | Normierte Scherschichtbreite |

Spezielle Symbole und Operatoren

| | |
|---|---|
| $\langle \cdot \rangle$ | Erwartungswert |
| $\overline{\cdot}$ | Erwartungswert (Überstrich) |
| \perp | Transversaler Index |
| $\nabla = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right)^T$ | Nabla-Operator (Gradient) |
| $\nabla_{\perp} = \left(\frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right)^T$ | Transversaler Nabla-Operator (Gradient) |
| $\Delta = \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}, \frac{\partial^2}{\partial y^2}, \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right)^T$ | Laplace-Operator |
| $\Delta_{\perp} = \left(\frac{\partial^2}{\partial y^2}, \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right)^T$ | Transversaler Laplace-Operator |
| $() \cdot ()$ | Skalarprodukt |
| $(\cdot)^*$ | Komplexe Konjugation und Transponierung |
| $(\cdot)^T$ | Transponierung |
| $\text{div} = \nabla \cdot$ | Divergenz |
| \sim | Proportional |
| $ \cdot $ | Betrag |
| \mathcal{F} | Diskrete Fourier-Transformation |

Abkürzungen

| | |
|-----|---|
| AKG | Aeroakustische Kalibriereinrichtung Göttingen |
| DNW | Deutsch-Niederländische Windkanäle |
| NWB | Niedergeschwindigkeitswindkanal Braunschweig |
| PSF | Punkt-Spreiz-Funktion |

Literaturverzeichnis

- [1] K.K. Ahuja, H.K. Tanna, and B.J. Tester. An experimental study of transmission, reflection and scattering of sound in a free jet flight simulation facility and comparison with theory. *Journal of Sound and Vibration*, 75(1):51–85, mar 1981.
- [2] R. K. Amiet. Refraction of sound by a shear layer. *Journal of Sound and Vibration* 58(4), 467-482, 58(4):467–482, jun 1978.
- [3] Chris Bahr, Nikolas Zawodny, Tarik Yardibi, Fei Liu, Drew Wetzel, Brandon Bertolucci, and Louis Cattafesta. Shear layer correction validation using a non-intrusive acoustic point source. In *16th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*. American Institute of Aeronautics and Astronautics (AIAA), jun 2010.
- [4] Christopher J. Bahr, Thomas F. Brooks, William M. Humphreys, Taylor B. Spalt, and Daniel J. Stead. Acoustic data processing and transient signal analysis for the hybrid wing body 14- by 22-Foot subsonic wind tunnel test. In *20th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*. American Institute of Aeronautics and Astronautics (AIAA), jun 2014.
- [5] Christopher J. Bahr and William C. Horne. Advanced background subtraction applied to aeroacoustic wind tunnel testing. In *21st AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*. American Institute of Aeronautics and Astronautics (AIAA), jun 2015.
- [6] JAMES H. BELL and RABINDRA D. MEHTA. Development of a two-stream mixing layer from tripped and untripped boundary layers. *AIAA Journal*, 28(12):2034–2042, dec 1990.
- [7] I. Bennaceur, D.C. Mincu, I. Mary, M. Terracol, L. Larchevêque, and P. Dupont. Numerical simulation of acoustic scattering by a plane turbulent shear layer: Spectral broadening study. *Computers & Fluids*, 138:83–98, oct 2016.
- [8] L. P. Bernal and A. Roshko. Streamwise vortex structure in plane mixing layers. *Journal of Fluid Mechanics*, 170(-1):499, sep 1986.

- [9] Garry L. Brown and Anatol Roshko. On density effects and large structure in turbulent mixing layers. *Journal of Fluid Mechanics*, 64(04):775, jul 1974.
- [10] Brian Cairns and Emil Wolf. Comparison of the born and the rytov approximations for scattering on quasi-homogeneous media. *Optics Communications*, 74(5):284–289, jan 1990.
- [11] L. M. B. C. Campos. The spectral broadening of sound by turbulent shear layers. part 1. the transmission of sound through turbulent shear layers. *Journal of Fluid Mechanics*, 1978.
- [12] L. M. B. C. Campos. The spectral broadening of sound by turbulent shear layers. part 2. the spectral broadening of sound and aircraft noise. *Journal of Fluid Mechanics*, 1978.
- [13] S. CANDEL, A. GUEDEL, and A. JULIENNE. Radiation, refraction and scattering of acoustic waves in a free shear flow. In *3rd Aeroacoustics Conference*. American Institute of Aeronautics and Astronautics, jul 1976.
- [14] Sébastien Candel, A Julienne, and A Guedel. Refraction and scattering of sound in an open wind tunnel flow. In *ICIASF'75; 6th International Congress on Instrumentation in Aerospace Simulation Facilities*, pages 288–300, 1975.
- [15] Lev A. Chernov. *Wave Propagation in a Random Medium*. Dover Books on Physics, 1960.
- [16] J. Delfs. *Grundlagen der Aeroakustik*, 2014.
- [17] Robert Dougherty. Turbulent decorrelation of aeroacoustic phased arrays: Lessons from atmospheric science and astronomy. *AIAA Paper 2003-3200*, may 2003.
- [18] Daniel Ernst, Carsten Spehr, and Tobias Berkefeld. Decorrelation of acoustic wave propagation through the shear layer in open jet wind tunnel. In *21st AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*. American Institute of Aeronautics and Astronautics (AIAA), jun 2015.
- [19] Roland Ewert, Oliver Kornow, Jan Delfs, Thomas Roeber, and Marco Rose. A CAA based approach to tone haystacking. In *15th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference (30th AIAA Aeroacoustics Conference)*. American Institute of Aeronautics and Astronautics, may 2009.
- [20] H. Görtler. Berechnung von Aufgaben der freien Turbulenz aufgrund eines neuen

- Näherungsansatzes. *ZAMM - Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik*, 22(5):244–254, 1942.
- [21] A. Guédel. Scattering of an acoustic field by a free jet shear layer. *Journal of Sound and Vibration*, 100(2):285–304, may 1985.
 - [22] Jay C Hardin and John S Preisser. Stochastic analysis of spectral broadening by a free turbulent shear layer. 1981.
 - [23] S.W. Rienstra & A. Hirschberg. *An Introduction to Acoustics*. Eindhoven University of Technology, 2016.
 - [24] Jin Jiao. *Aeroacoustic Wind Tunnel Correction Based on Numerical Simulation*. PhD thesis, TU Braunschweig - Niedersaechsisches Forschungszentrum für Luftfahrt, 2017.
 - [25] Jin Jiao, Jan Delfs, and Juergen Dierke. Towards CAA based acoustic wind tunnel corrections for realistic shear layers. In *21st AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*. American Institute of Aeronautics and Astronautics, jun 2015.
 - [26] B. JONES. Statistical investigation of pressure and velocity fields in the turbulent two-stream mixing layer. In *4th Fluid and Plasma Dynamics Conference*. American Institute of Aeronautics and Astronautics, jun 1971.
 - [27] B. G. JONES, H. P. PLANCHON, and R. J. HAMMERSLEY. Turbulent correlation measurements in a two-stream mixing layer. *AIAA Journal*, 11(8):1146–1150, aug 1973.
 - [28] Lars Koop. Beam forming methods in microphone array measurements - theory, practice and limitations. Technical report, German Aerospace Center, DLR, Germany, November 2006. VKI.
 - [29] Lars Koop, Klaus Ehrenfried, and Stefan Kroeber. Investigation of the systematic phase mismatch in microphone-array analysis. *AIAA Paper 2005-2962*, may 2005.
 - [30] S. Kröber, K. Ehrenfried, and L. Koop. Design and testing of sound sources for phased microphone array calibration. In *Proceedings on CD of the 2nd Berlin Beamforming Conference, 19-20 February, 2008*. GFal, Gesellschaft zur Förderung angewandter Informatik e.V., Berlin, February 2008.
 - [31] Stefan Kroeber. *Comparability of Microphone Array Measurements in Open and Closed Wind Tunnels*. PhD thesis, Technische Universität Berlin, 2013.
 - [32] Stefan Kroeber, Marius Hellmold, and Lars Koop. Experimental investigation of spectral broadening of sound waves by wind tunnel shear layers. In *19th AIAA/CEAS Ae-*

- roacoustics Conference. American Institute of Aeronautics and Astronautics (AIAA), may 2013.
- [33] Andreas Lauterbach. Wechselwirkungen von akustischen Wellen mit turbulenten Strukturen in Windkanalscherschichten. Master's thesis, Universität Göttingen, 2006.
- [34] H.W. Liepmann and J. Laufer. Investigations of free turbulent mixing. *NACA Technical Note 1257*, 1947. Kein Paper vorhanden.
- [35] M. J. Lighthill. On the energy scattered from the interaction of turbulence with sound or shock waves. *Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*, 49(03):531, jul 1953.
- [36] A. McAlpine, C.J. Powles, and B.J. Tester. A weak-scattering model for turbine-tone hystacking. *Journal of Sound and Vibration*, 332(16):3806–3831, aug 2013.
- [37] A. Michalke. On spatially growing disturbances in an inviscid shear layer. *Journal of Fluid Mechanics*, 23(03):521, nov 1965.
- [38] A. Michalke. A note on spatially growing three-dimensional disturbances in a free shear layer. *Journal of Fluid Mechanics*, 38(04):765, oct 1969.
- [39] A. Michalke. The instability of free shear layers. *Progress in Aerospace Sciences*, 12:213–216, jan 1972.
- [40] A. Michalke and H. V. Fuchs. On turbulence and noise of an axisymmetric shear flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 70(01):179, jul 1975.
- [41] A. Michalke and H. Schade. Zur Stabilität von freien Grenzschichten. *Ing. arch*, 33(1):1–23, 1963.
- [42] Tobias Müller. *Seismic pulse propagation in statistically heterogeneous geological Structures*. PhD thesis, FU Berlin, 2001.
- [43] C.L. MORFEY and P.F. JOSEPH. SHEAR LAYER REFRACTION CORRECTIONS FOR OFF-AXIS SOURCES IN a JET FLOW. *Journal of Sound and Vibration*, 239(4):819–848, jan 2001.
- [44] Eric Nkrumah. Untersuchung von kohärenten Strömungsstrukturen in einer turbulenten Scherschicht mit Hilfe der Stereo Particle Image Velocimetry. Master's thesis, Institut für Aerodynamik und Gasdynamik der Universität Stuttgart, 2017.
- [45] Tom R. Oakley, Eric Loth, and Ronald J. Adrian. Cinematic particle image velocimetry

- of high-reynolds-number turbulent free shear layer. *AIAA Journal*, 34(2):299–308, feb 1996.
- [46] Michael G. Olsen and J. Craig Dutton. Stochastic estimation of large structures in an incompressible mixing layer. *AIAA Journal*, 40(12):2431–2438, dec 2002.
- [47] V. E. Ostashev, P. Blanc-Benon, and D. Juvé. Coherence function of a spherical acoustic wave after passing through a turbulent jet. *C. R. Acad. Sci. Paris, t. 326, Serie II b*, p. 39–45, 326(1):39–45, jan 1998.
- [48] A.D. Pierce. *Acoustics: An Introduction to Its Physical Principles and Applications*. Acoustical Society of America, 1989.
- [49] Leo Pires, Robert Dougherty, Samir Gerges, and Fernando Catalano. Predicting turbulent decorrelation in acoustic phased arrays. *AIAA Paper 2012-0387*, jan 2012.
- [50] Leo S Pires, Robert P. Dougherty, and Samir N. Y. Gerges. Predicting turbulent decorrelation in acoustic phased array in a turbulent medium. In *SAE Technical Paper Series*. SAE International, nov 2014.
- [51] Ric Porteous, Thomas Geyer, Danielle J. Moreau, and Con J. Doolan. A correction method for acoustic source localisation in convex shear layer geometries. *Applied Acoustics*, 130:128–132, jan 2018.
- [52] Michael Pott-Pollenske, Wilhelm Von Heesen, and Andreas Bergmann. Acoustical preexamination work and characterization of the low noise wind tunnel DNW-NWB. In *18th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference (33rd AIAA Aeroacoustics Conference)*. American Institute of Aeronautics and Astronautics (AIAA), jun 2012.
- [53] Subramaniam D. Rajan and George V. Frisk. A comparison between the born and rytov approximations for the inverse backscattering problem. *GEOPHYSICS*, 54(7):864–871, jul 1989.
- [54] Michael M. Rogers and Robert D. Moser. Direct simulation of a self-similar turbulent mixing layer. *Physics of Fluids*, 6(2):903–923, feb 1994.
- [55] R. Ross. Spectral broadening effects in open wind tunnels in relation to noise assessment. *AIAA Journal*, 19(5):567–572, may 1981.
- [56] Ennes Sarradj. A fast ray casting method for sound refraction at shear layers. In *22nd AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*. American Institute of Aeronautics and Astronautics (AIAA), may 2016.

- [57] R.H. SCHLINKER and R.K. AMIET. Refraction and scattering of sound by a shear layer. In *6th Aeroacoustics Conference*. American Institute of Aeronautics and Astronautics (AIAA), jun 1980.
- [58] Robert H. Schlinker and Roy K. Amiet. Refraction and scattering of sound by a shear layer. Technical report, United Technologies Research Center East Hartford, Connecticut, 1980.
- [59] Valeryan I. Tatarskii Sergei M. Rytov, Yurii A. Kravtsov. *Principles of Statistical Radiophysics 4*. Springer-Verlag GmbH, 1989.
- [60] P. Sijtsma. Experimental techniques for identification and characterisation of noise sources. Technical Report NLR-TP-2004-165, National Aerospace Laboratory NLR (NLR-TP-2004-165), April 2004. VKI.
- [61] P. Sijtsma. Acoustic array corrections for coherence loss due to the wind tunnel shear layer. In *Proceedings on CD of the 2nd Berlin Beamforming Conference, 19-20 February, 2008*. GFal, Gesellschaft zur Förderung angewandter Informatik e.V., Berlin, 2008.
- [62] Pieter Sijtsma, Stefan Oerlemans, Tim G. Tibbe, Tobias Berkefeld, and Carsten Spehr. Spectral broadening by shear layers of open jet wind tunnels. *AIAA Paper 2014-3178*, 2014.
- [63] V. I. Tatarskii. *The effects of the turbulent atmosphere on wave propagation*. Jerusalem: Israel Program for Scientific Translations, 1971.
- [64] Walter Tollmien. Berechnung turbulenter Ausbreitungsvorgänge. *ZAMM - Journal of Applied Mathematics and Mechanics / Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik*, 6(6):468–478, 1926.
- [65] V. E. Ostashev Vladimir E. Ostashev, D. Keith Wilson. *Acoustics in Moving Inhomogeneous Media, Second Edition*. CRC PR INC, 2015.
- [66] P. Welch. The use of fast Fourier transform for the estimation of power spectra: A method based on time averaging over short, modified periodograms. *IEEE Transactions on Audio and Electroacoustics*, 15(2):70–73, jun 1967.
- [67] I. Wygnanski and H.E. Fiedler. The two-dimensional mixing region. *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 41, Nr. 2, 1969, pp. 327–361, 1969. Kein Paper vorhanden.